

# 磁导率变化的半无限大媒质涡流问题解析解

刘本田

(郑州工业大学 电磁中心, 郑州 450002)

雷银照

(北京航空航天大学 电气工程系, 北京 100083)

**摘 要:**为测量铁磁性材料表面淬火硬化层厚度,把半无限大媒质分为三层区域,分析磁导率随深度连续变化的铁磁性媒质的涡流问题,通过求解矢量磁位的边值问题得到了矢量磁位的解析解,进而导出了媒质上方放置式空心圆柱线圈的阻抗增量解析式,并用实验验证了理论结果。

**关键词:**涡流检测;磁导率;解析式;阻抗

**中图分类号:**TG115.28; TM154

**文献标识码:**A

**文章编号:**1000-6656(2002)08-0323-05

## ANALYTICAL SOLUTION TO EDDY CURRENT PROBLEM FOR THE THREE-LAYERED MEDIUM WITH DEPTH VARYING PERMEABILITY

LIU Ben-tian

(Center for Electromagnetics Research, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002, China)

LEI Yin-zhao

(Department of Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In order to measure the hardening thickness of a quenched material, three-layered medium structure was taken and the eddy current problem of ferromagnetic medium was analyzed. By solving the boundary-value problem of magnetic vector potential, analytical expression to impedance increment of the solenoid coil in eddy current testing of the medium with depth varying permeability in half space was given. Theoretical result was proved by experiments.

**Keywords:** Eddy current testing; Permeability; Analytical expression; Impedance

在机械、航空和船舶等工业部门,为了保证重要零件的质量和力学性能,需对产品淬火硬化层进行测量和控制。淬火硬化层厚度的无损测量方法<sup>[1]</sup>通常有剩余磁场法、矫顽力法、涡流法和超声法等。与其它方法相比涡流法具有非接触的特点,便于实现检测自动化。目前用于测量硬化层厚度的涡流法<sup>[2]</sup>通常有两种,即①通过比较检测信号与计算机内存储的数据来确定硬化层厚度。②通过比较检测零件与标准零件的测量信号来判断零件是否合格。

为定量反映线圈阻抗与淬火材料内部参数间的关系,根据铁磁性材料淬火后组织变化对硬度和磁导率的影响,建立了用于涡流分析的求解模型。用该模型研究了磁导率随深度连续变化的半无限媒质

上方圆环线圈的时谐电磁场,通过求解矢量磁位的边值问题,得到了空心圆柱线圈的阻抗增量表达式。实验结果表明,阻抗增量计算值与测量值变化趋势相同。在此从理论上分析淬火硬化层厚度测量的涡流问题,并导出新的阻抗增量解析表达式。

### 1 研究模型和矢量磁位的边值问题

零件经表面硬化处理后(高频淬火或渗碳淬火),在表面产生硬化层,而心部仍为原组织,表面与心部之间有过渡区。硬化层与心部组织的电磁性质有很大差别,磁导率变化较大,电导率变化较小。这样可利用媒质磁导率的不同来测量硬化层厚度。铁磁性材料淬火后,硬度随深度变化的关系<sup>[1]</sup>如图1a所示。为便于深入研究并使模型具有一定的代表性,用图1b所示曲线近似描述淬火材料磁导率随深度的变化关系,其中线段1对应于心部组织,磁导率

收稿日期:2001-06-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(59977022)

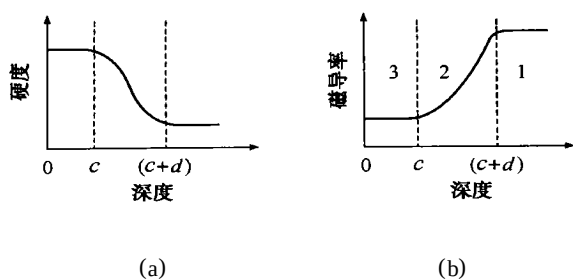


图1 磁导率和硬度随深度变化示意图

为常数,线段2对应于过渡层,磁导率按指数函数变化,这样能够较好地反映淬火材料内部组织和硬度的变化规律<sup>[1]</sup>,线段3对应于硬化层,磁导率为常数。因此可以建立如图2所示的求解模型:半无限大媒质上方放置一圆环线圈,媒质分为三层区域,区域1对应于材料心部,电导率 $\sigma_1$ 和相对磁导率 $\mu_{r1}$ 均为常数;区域2对应于过渡区,电导率 $\sigma_2$ 为常数,相对磁导率 $\mu_{r2}(z) = \xi_0 e^{az}$ ,其中 $\xi_0, a$ 是待定常数;区域3对应于硬化层,电导率 $\sigma_3$ 和相对磁导率 $\mu_{r3}$ 均为常数;相对磁导率在层间分界面两侧连续。选取圆柱坐标系 $(r, \theta, z)$ ,半无限大媒质的平面与 $z = 0$ 平面重合,圆环线圈由单匝细导线绕成,导线的直径忽略不计,圆环线圈的半径为 $r_c$ ,对称轴为 $z$ 轴,线圈的轴向坐标为 $h$ 。线圈的电流为 $i(t) = \sqrt{2} I \cos \omega t$ ,参考方向与 $z$ 轴的正向成右手螺旋关系。区域 $V_1$ 在 $z < -(c+d)$ 内,区域 $V_2$ 在 $-(c+d) < z < -c$ 内,区域 $V_3$ 在 $-c < z < 0$ 内。由于相对磁导率 $\mu_r(z)$ 在交界面 $z = -c$ 和 $z = -(c+d)$ 处两侧连续,从而可确定 $\xi_0 = \mu_{r3} e^{ac}$ 和 $a = \frac{1}{d} \ln(\mu_{r3} / \mu_{r1})$ 。

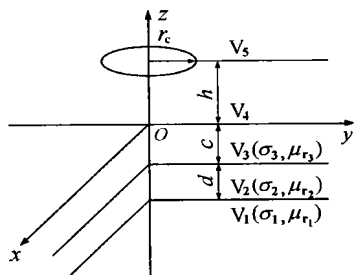


图2 求解模型

为便于分析,把图2中的上半空间(真空)分成 $V_4$ 和 $V_5$ 区, $V_4$ 区在 $0 < z < h$ 内, $V_5$ 区在 $z > h$ 。

忽略位移电流,根据圆柱坐标系中轴对称时谐电磁场的性质<sup>[3]</sup>,由麦克斯韦方程组可导出矢量磁位 $A_\theta(r, z)$ 满足的方程为

$$\nabla^2 A_\theta(r, z) - \frac{1}{\mu_r(z)} \frac{d\mu_r(z)}{dz} \frac{\partial A_\theta(r, z)}{\partial z} =$$

$$j\omega\mu_0\mu_r(z)A_\theta(r, z) - \frac{A_\theta(r, z)}{r^2} = 0 \quad (1)$$

式中  $\mu_0$  ——真空磁导率

$\mu_r(z)$  ——媒质的相对磁导率

$\sigma$  ——媒质的电导率

在 $V_1, V_3, V_4$ 和 $V_5$ 区域内, $A_\theta(r, z)$ 的方程为

$$\nabla^2 A_{\theta i}(r, z) - k_i^2 A_{\theta i}(r, z) - \frac{A_{\theta i}(r, z)}{r^2} = 0 \quad (2)$$

当 $i = 1, 3$ 时, $k_i^2 = j\omega\mu_0\mu_{ri}$ ;当 $i = 4, 5$ 时, $k_i^2 = 0$ 。在 $V_2$ 区域内 $A_\theta(r, z)$ 的方程<sup>[4]</sup>为

$$\begin{aligned} \nabla^2 A_{\theta 2}(r, z) - a \frac{\partial A_{\theta 2}(r, z)}{\partial z} - \\ k_2^2 A_{\theta 2}(r, z) - \frac{A_{\theta 2}(r, z)}{r^2} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $k_2^2 = j\omega\mu_0\mu_{r2}(z)$

矢量磁位满足以下边界条件<sup>[3]</sup>

$$A_{\theta 1} \Big|_{z=-(c+d)-0} = A_{\theta 2} \Big|_{z=-(c+d)+0} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\mu_{r1}} \frac{\partial A_{\theta 1}}{\partial z} \Big|_{z=-(c+d)-0} = \frac{1}{\mu_{r2}(z)} \frac{\partial A_{\theta 2}}{\partial z} \Big|_{z=-(c+d)+0} \quad (5)$$

$$A_{\theta 2} \Big|_{z=-c-0} = A_{\theta 3} \Big|_{z=-c+0} \quad (6)$$

$$\frac{1}{\mu_{r2}(z)} \frac{\partial A_{\theta 2}}{\partial z} \Big|_{z=-c-0} = \frac{1}{\mu_{r3}} \frac{\partial A_{\theta 3}}{\partial z} \Big|_{z=-c+0} \quad (7)$$

$$A_{\theta 3} \Big|_{z=0-0} = A_{\theta 4} \Big|_{z=0+0} \quad (8)$$

$$\frac{1}{\mu_{r3}} \frac{\partial A_{\theta 3}}{\partial z} \Big|_{z=0-0} = \frac{\partial A_{\theta 4}}{\partial z} \Big|_{z=0+0} \quad (9)$$

$$A_{\theta 4} \Big|_{z=h-0} = A_{\theta 5} \Big|_{z=h+0} \quad (10)$$

$$\frac{\partial A_{\theta 4}}{\partial z} \Big|_{z=h-0} - \frac{\partial A_{\theta 5}}{\partial z} \Big|_{z=h+0} = \mu_0 I \delta(r - r_c) \quad (11)$$

矢量磁位的无限远条件<sup>[3]</sup>为

$$A_{\theta i} \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0 \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (12)$$

由式(2)和(3)并结合矢量磁位的边界条件,可解出各场区矢量磁位 $A_{\theta i}$ 的解析解(见附录)。

## 2 放置式空心圆柱线圈的阻抗解析式

把图2中圆环线圈换成通有正弦电流的空心圆柱线圈,线圈的对称轴与 $z$ 轴重合。设圆柱线圈的底平面与媒质平面之间的距离为 $H$ ,内半径为 $R_1$ ,外半径为 $R_2$ ,高为 $D$ ,线圈内的电流密度为 $J_c$ ,参考方向和 $z$ 轴的正方向成右手螺旋关系。设空心圆柱线圈是由直径远小于透入深度的细导线密绕而成,线圈的总匝数为 $W$ ,匝数密度为 $n_c$ ,体积为 $V_c$ 。把空心圆柱线圈看作是无多个圆环线圈的集合体,则放置式空心圆柱线圈中任意点的电流元为 $dI = J_c dr_c dh$ 。把附录中式(A14)~(A18)的 $I$ 分别替换

成  $dI$ , 并对  $r_c$  和  $h$  积分, 可分别导出通电空心圆柱线圈在各个场区产生的矢量磁位解析式。

对于圆柱线圈所在  $V_4 \sim V_5$  之间的区域, 由迭加原理<sup>[3]</sup>可求出矢量磁位表达式为

$$A_{\theta 4 \sim 5} = \frac{1}{2} \mu_0 J_c \int U(R_1, R_2, \lambda) J_1(\lambda r) \cdot [2 - e^{-\lambda(z-H)} - e^{-\lambda(H+D-z)} - \zeta_0 e^{-\lambda(z+H)} (1 - e^{-\lambda D})] d\lambda \quad (13)$$

式中  $U(R_1, R_2, \lambda) = \frac{1}{\lambda^3} \int_{R_1}^{R_2} t J_1(t) dt$

$$\zeta_0 = \frac{1}{\Gamma} \left[ \left( \frac{a}{2u_3} + \beta \right) \left( \frac{u_3}{\mu_3} + \lambda \right) + \frac{a}{2u_3} \left( \frac{u_3}{\mu_3} - \lambda \right) e^{2u_3 c} \right] e^{-\lambda c}$$

$\lambda$ ——分离常数

由式(13)可进一步导出半无限大媒质上方放置式空心圆柱线圈的阻抗解析式<sup>[3]</sup>为

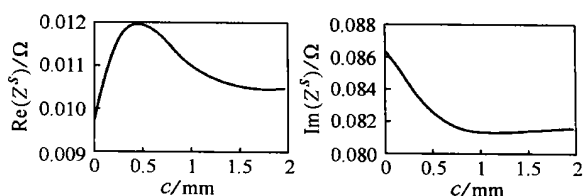
$$Z(j\omega) = j\omega\pi\mu_0 n_c^2 \int U^2(R_1, R_2, \lambda) \cdot [2(\lambda D + e^{-\lambda D} - 1) - \zeta_0(1 - e^{-\lambda D})^2 e^{-2\lambda H}] d\lambda \quad (14)$$

利用无限大真空中空心圆柱线圈的阻抗解析式  $Z^i(j\omega)$ <sup>[3]</sup>, 可知导体中的涡流单独作用时空心圆柱线圈两端的阻抗增量表达式为

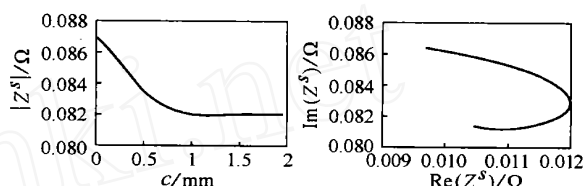
$$Z^s(j\omega) = Z(j\omega) - Z^i(j\omega) = -j\omega\pi\mu_0 n_c^2 \cdot \int U^2(R_1, R_2, \lambda) \zeta_0(1 - e^{-\lambda D})^2 \cdot e^{-2\lambda H} d\lambda \quad (15)$$

### 3 阻抗的计算及实验

用数值积分方法计算了式(15)阻抗增量  $Z^s$  分别随硬化层厚度  $c$  和过渡层  $d$  的变化情况(图3和图4)。媒质参数选取为  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 8 \times 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\mu_1 = 60$ ,  $\mu_3 = 45$ , 空心圆柱线圈的参数为  $R_1 = 2.35 \text{ mm}$ ,  $R_2 = 2.8 \text{ mm}$ ,  $D = 12.2 \text{ mm}$ ,  $W = 389$ 。图3表示当  $f = 1 \text{ kHz}$ ,  $H = 1 \text{ mm}$ ,  $d = 0.07 \text{ mm}$  时, 阻抗增量  $Z^s$  随硬化层厚度  $c$  的变化趋势。该图表明, ①当  $\mu_3 < \mu_1$  时,  $Z^s$  的虚部随  $c$  的增加而逐渐减小,  $Z^s$  的实部随  $c$  的增加先上升然后逐渐减小,  $Z^s$  的幅值取决于虚部的大小。②当硬化层厚度  $c$  大于透入深度  $\delta$  ( $\delta = 0.838 \text{ mm}$ ) 的  $1.6 \sim 1.7$  倍时,  $Z^s$  随  $c$  的变化很小。由图3可知, 当  $c$  约小于  $1.6\delta$  时, 由线圈阻抗可检测硬化层  $c$  的变化情况。图4表示当  $f = 1 \text{ kHz}$ ,  $H = 1 \text{ mm}$ ,  $c = 0.5 \text{ mm}$  时, 阻抗增量  $Z^s$  随过渡层厚度  $d$  的变化趋势。该图表明当  $d > 0.2 \text{ mm}$  时,

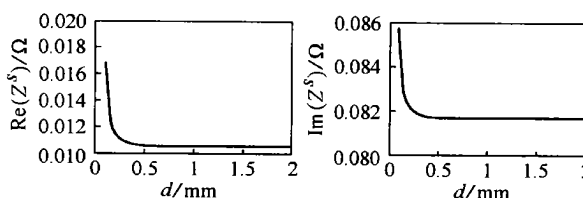


(a)  $\text{Re}(Z^s)$  与  $c$  的关系曲线 (b)  $\text{Im}(Z^s)$  与  $c$  的关系曲线

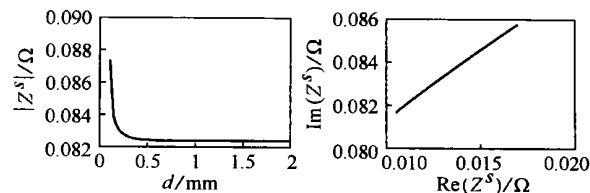


(c)  $|Z^s|$  与  $c$  的关系曲线 (d)  $Z^s$  的阻抗图

图3 阻抗随硬化层厚度  $c$  变化的理论曲线



(a)  $\text{Re}(Z^s)$  与  $d$  的关系曲线 (b)  $\text{Im}(Z^s)$  与  $d$  的关系曲线



(c)  $|Z^s|$  与  $d$  的关系曲线 (d)  $Z^s$  的阻抗图

图4 阻抗随过渡层厚度  $d$  变化的理论曲线

$Z^s$  的实部、虚部和幅值均趋于稳定, 即  $d$  的变化对  $Z$  的影响很小。综合图3和4的曲线可知, 当硬化层厚度  $c < 1.6\delta$  和过渡层厚度  $d$  对阻抗增量  $Z^s$  影响较小时, 通过测量检测线圈的阻抗增量  $Z^s$  可以确定硬化层厚度  $c$ 。

为了验证理论结果, 采用了表面渗碳淬火处理的 20Cr 钢材制作的试块。试块的硬化层厚度范围是  $0 \sim 0.8 \text{ mm}$ , 每增加  $0.1 \text{ mm}$  制作一个试块, 共制作了九块。材料的电导率通过查阅材料手册可知  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 4.8 \times 10^6 \text{ S/m}$ , 对试件剖分后可测量出材料硬化层和心部的相对磁导率为  $\mu_3 = 66.53$ ,  $\mu_1 = 88.17$ , 过渡层  $d = 0.14 \text{ mm}$ 。空心圆柱线圈由直径为  $\phi 0.1 \text{ mm}$  的铜导线密绕而成, 线圈参数为  $R_1 = 2.35 \text{ mm}$ ,  $R_2 = 2.8 \text{ mm}$ ,  $D = 12.2 \text{ mm}$ ,  $W = 389$ 。对于硬化

层厚度不同的试块,使用 LCR 测试仪测量了检测线圈的阻抗增量 $|Z^S|$ ,线圈的提离 $H_0$ 约为 1mm,测试频率为 1kHz,阻抗增量测量值标在图 5 上。由式(15)分别计算了对应于提离 $H=0.9,1$ 和 $1.1\text{mm}$ 的阻抗增量 $|Z^S|$ 随硬化层厚度 $c$ 变化的理论曲线(图 5)。比较图 5 中理论计算曲线与实际测量值可知,阻抗实际测量值与理论计算值有相同的变化趋势,当 $c>0.2\text{mm}$ 时实际测量值与理论值之间的误差较小,当 $c<0.2\text{mm}$ 时两者的误差较大,产生该误差的原因可能是每次测量时线圈的提离有所变化或当硬化层厚度较小时,过渡层渗碳不均匀对线圈阻抗的影响。

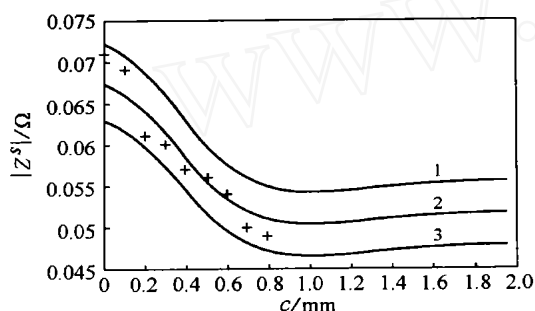


图 5 实验值与理论计算曲线的比较  
+ —— $H=1\text{mm}$  时阻抗幅值测量值  
1, 2, 3.  $H=0.9, 1$  和  $1.1\text{mm}$  时  
 $|Z^S|$  随  $c$  变化的理论曲线

## 4 结论

(1) 针对铁磁性材料淬火硬化层厚度的测量问题,建立了磁导率连续变化的三层导电媒质的

物理模型。三层媒质的电导率均为常数,外层和内层媒质的磁导率为常数,中间层媒质的磁导率按指数规律变化,且磁导率在层间分界面两侧相等。

(2) 通过求解矢量磁位的边值问题,导出了磁导率随深度连续变化的半无限大媒质上方放置式空心圆柱线圈的阻抗增量解析式。实验结果表明,测量值与理论计算值具有相同的变化趋势。

(3) 淬火硬化层厚度 $c<1.6\delta$ 时,用阻抗增量解析式,通过求解非线性方程组反算出硬化层厚度。

## 参考文献:

- [1] 热处理手册编委会. 热处理手册(第四分册)[M]. 北京:机械工业出版社,1978. 257 - 316.
- [2] 美国无损检测学会编,《美国无损检测手册》译审委员会译. 美国无损检测手册·电磁卷[M]. 上海:世界图书出版公司,1999.
- [3] 雷银照. 时谐电磁场解析方法[M]. 北京:科学出版社,2000.
- [4] Erol Uzal, Moudier John C, Sreeparna Mitra, et al. Impedance of coils over layered metals with continuously variable conductivity and permeability: theory and experiment[J]. Journal of Applied Physics, 1993, 74(3): 2076 - 2089.
- [5] Kolyshkin AA, Smolyakov AP, Réni Vaillancourt. Analytical solution in eddy-current testing of double-layer media with depth-varying magnetic properties[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1991, 27(5): 4360 - 4365.
- [6] Dodd CD, Deeds WE. Analytical solutions to eddy-current probe-coil problem[J]. Journal of Applied Physics, 1968, 39(6): 2829 - 2838.

## 附录 A 矢量磁位的解析解

对于式(2),结合无限远条件式(12),由分离变量法可解出区域 1, 3, 4, 5 内的矢量磁位 $A_{\theta i}$

$$A_{\theta 1} = \int J_1(\lambda r) C_{11} e^{u_1 z} d\lambda \quad (A1)$$

$$A_{\theta 3} = \int J_1(\lambda r) (C_{31} e^{u_3 z} + C_{32} e^{-u_3 z}) d\lambda \quad (A2)$$

$$A_{\theta 4} = \int J_1(\lambda r) (C_{41} e^{\lambda z} + C_{42} e^{-\lambda z}) d\lambda \quad (A3)$$

$$A_{\theta 5} = \int J_1(\lambda r) C_{52} e^{-\lambda z} d\lambda \quad (A4)$$

式中  $C_{ij}$  ——待定系数

$$i = 1, 3, 4, 5$$

$$j = 1, 2$$

$$u_1 = \sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_1\mu_0\mu_r}$$

$$u_3 = \sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_3\mu_0\mu_r}$$

$\lambda$  ——分离常数

对于式(3),结合无限远条件式(12),可求出区域 2 内的矢量磁位解析解

$$A_{\theta 2} = \int J_1(\lambda r) \left[ C_{21} I_v \left( \eta e^{\frac{a}{2}(z+c)} \right) + C_{22} K_v \left( \eta e^{\frac{a}{2}(z+c)} \right) \right] e^{\frac{a}{2}(z+c)} d\lambda \quad (A5)$$

式中  $C_{21}, C_{22}$  ——待定系数

$$\eta = \frac{2}{a} \sqrt{j\omega\mu_2\mu_0\mu_r}$$

$$v = \frac{1}{a} \sqrt{4\lambda^2 + a^2}$$

把矢量磁位 $A_{\theta i}$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) 的表达式依次代入边界条件式(4)~(11),利用虚宗量贝塞尔函数

的性质和傅里叶-贝塞尔积分公式<sup>[6]</sup>,可导出待定系数方程组

$$C_{21} T I_V(\eta T) + C_{22} T K_V(\eta T) - C_{11} e^{-u_1(c+d)} = 0 \quad (A6)$$

$$C_{21} M_2 + C_{22} N_2 - C_{11} u_1 e^{-u_1(c+d)} = 0 \quad (A7)$$

$$C_{31} e^{-u_3 c} + C_{32} e^{u_3 c} - C_{21} I_V(\eta) - C_{22} K_V(\eta) = 0 \quad (A8)$$

$$C_{31} u_3 e^{-u_3 c} - C_{32} u_3 e^{u_3 c} - C_{21} M_1 - C_{22} N_1 = 0 \quad (A9)$$

$$C_{41} + C_{42} - C_{31} - C_{32} = 0 \quad (A10)$$

$$C_{41} \lambda - C_{42} \lambda - C_{31} \frac{u_3}{\mu_{r_3}} + C_{32} \frac{u_3}{\mu_{r_3}} = 0 \quad (A11)$$

$$C_{52} e^{-\lambda h} - C_{41} e^{\lambda h} - C_{42} e^{-\lambda h} = 0 \quad (A12)$$

$$C_{52} e^{-\lambda h} + C_{41} e^{\lambda h} - C_{42} e^{-\lambda h} = \mu_0 I_{r_c} J_1(\lambda r_c) \quad (A13)$$

解方程组(A6)~(A13),求出各个待定系数,并把它们分别代入式(A1)~(A5),可写出各区域的矢量磁位解析解为

$$A_{\theta 1} = \mu_0 I_{r_c} \int_0^\infty \lambda J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_c) e^{-\lambda h} e^{u_3 c} e^{u_1(z+c+d)} \cdot \frac{1}{\Gamma} [T N_2 I_V(\eta T) - T M_2 K_V(\eta T)] d\lambda \quad (A14)$$

$$A_{\theta 2} = \mu_0 I_{r_c} \int_0^\infty \lambda J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_c) e^{-\lambda h} e^{u_3 c} e^{\frac{a}{2}(z+c)} \cdot \frac{1}{\Gamma} [N_2 - u_1 T K_V(\eta T)] I_V(\eta e^{\frac{a}{2}(z+c)}) - [M_2 - u_1 T I_V(\eta T)] K_V(\eta e^{\frac{a}{2}(z+c)}) \} d\lambda \quad (A15)$$

$$A_{\theta 3} = \mu_0 I_{r_c} \int_0^\infty \lambda J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_c) e^{-\lambda h} \cdot \frac{1}{\Gamma} \left[ \frac{a}{2 u_3} e^{u_3(z+2c)} - \left[ \beta + \frac{a}{2 u_3} \right] e^{-u_3 z} \right] d\lambda \quad (A16)$$

$$A_{\theta 4} = \frac{1}{2} \mu_0 I_{r_c} \int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_c) e^{-\lambda h} \cdot \left\{ e^{\lambda z} - \frac{1}{\Gamma} \left[ \frac{a}{2 u_3} + \beta \right] \left( \frac{u_3}{\mu_{r_3}} + \lambda \right) + \frac{a}{2 u_3} \left( \frac{u_3}{\mu_{r_3}} - \lambda \right) e^{2 u_3 c} \right\} e^{-\lambda z} d\lambda \quad (A17)$$

$$A_{\theta 5} = \frac{1}{2} \mu_0 I_{r_c} \int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_c) e^{-\lambda h} \cdot \left\{ e^{\lambda h} - \frac{1}{\Gamma} \left[ \frac{a}{2 u_3} + \beta \right] \left( \frac{u_3}{\mu_{r_3}} + \lambda \right) + \frac{a}{2 u_3} \left( \frac{u_3}{\mu_{r_3}} - \lambda \right) e^{2 u_3 c} \right\} e^{-\lambda h} d\lambda \quad (A18)$$

$$\text{式中 } M_1 = \frac{1}{4} [\eta a I_{V-1}(\eta) + \eta a I_{V+1}(\eta) + 2 a I_V(\eta)]$$

$$N_1 = -\frac{1}{4} [\eta a K_{V-1}(\eta) + \eta a K_{V+1}(\eta) - 2 a \cdot K_V(\eta)]$$

$$M_2 = \frac{1}{4} T [\eta T a I_{V-1}(\eta T) + \eta T a I_{V+1}(\eta T) + 2 a I_V(\eta)]$$

$$N_2 = -\frac{1}{4} T [\eta T a K_{V-1}(\eta T) + \eta T a K_{V+1}(\eta T) - 2 a K_V(\eta)]$$

$$T = \frac{\mu_{r_1}}{\mu_{r_3}}$$

$$\beta = [u_1 T K_V(\eta T) - N_2] I_V(\eta) - [u_1 T \cdot I_V(\eta T) - M_2] K_V(\eta)$$

$$a = [u_1 K_V(\eta) + N_1] [u_1 T I_V(\eta T) - M_2] - [u_1 I_V(\eta) + M_1] [u_1 T K_V(\eta T) - N_2]$$

$$Q = \left( \frac{u_3}{\mu_{r_3}} + \lambda \right) e^{2 u_3 c} + \left( \frac{u_3}{\mu_{r_3}} - \lambda \right)$$

$$\Gamma = \beta \left( \frac{u_3}{\mu_{r_3}} - \lambda \right) + \frac{a}{2 u_3} Q$$

## 全国电磁轭技术指标及标准化专题研讨会在四川召开

全国电磁轭技术指标及标准化专题研讨会于2002年6月17~21日在四川都江堰与西南地区第八届无损检测年会同期召开。来自兵器、航天、航空、机械、压力容器及从事磁轭研制的科研单位和生产厂家共20多人参加了研讨会。

会议采取重点发言、专题评议、阐明观点、统一认识、保留见解的方式,代表发言热烈,学术气氛较浓。通过讨论对下列问题达成共识:

(1) 分析国内外电磁轭探伤采用提升力方法和灵敏度试片法的优缺点。强调提升力是考核生产电

磁轭的主要性能指标;灵敏度试片法是保证电磁轭方法探伤灵敏度的一种简便、易行、可靠的考核指标和手段。

(2) 在理论上深入分析和讨论影响电磁轭提升力的因素,认为除磁感应强度和电磁轭截面积等主要影响因素外,电磁轭的材质(磁导率、电导率)及电磁轭与工件接触间隙(接触不平度)等因素均不可忽视。

会上代表们根据行业特点,对电磁轭系列化生产以及提升力试块等标准化问题提出了合理化建议。  
(陈健生 供稿)