

# 也谈两充电电容器并联时的能量损失

李 杰

(徐州市广播电视大学,徐州 221006)

**摘 要** 本文通过对两充电电容器并联电路的分析,说明两充电电容器并联时能量损失的原因一是电路对空间的电磁辐射,二是电路连接导线的电阻损耗。

**关键词** 电容器 并联 能量损失 电磁辐射 电阻损耗

《江苏广播电视大学学报》1997年第1期发表的《浅析两个电容器并联时的能量损失》

一文用多种方式证明两充电电容器并联后存在能量损失  $\Delta W = \frac{C_1 C_2 (U_1 \pm U_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$ ,理想电容器本身不是耗能元件,减少的能量跑到哪里去了呢?该文将能量的损失全部归于导线电阻的消耗,即全部通过导线产生焦耳热。我以为这种解释过于片面。事实上,由于两充电电容器并联后到两电容器上的电荷重新稳定分布这段时间里,并联回路中的电流是不断变化的,因而,该电流激发的磁场也是不断变化的,根据电磁辐射理论,只要该回路对空间不是完全封闭的,就会向空间辐射电磁波。当然,由于连接导线存在电阻,也会有电阻损耗。因此,两电容器并联后能量损失的原因:一是回路产生的电磁辐射,二是导线电阻的损耗。

为了进一步说明这一问题,让我们再来分析一下两电容器的并联电路。(为讨论问题的简化,我们仅就电路满足似稳条件,且电路元件可视为集中元件的情况进行分析。)

将两电容器视为集中元件,并联后的电路为一闭合线圈。若电路中有变化电流存在,该电流所激发的磁场通过线圈自身的磁通也随之发生变化,必在线圈中产生感生电势和感生电流,即两电容器并联电路一定存在电感  $L$ 。

由于一般情况下两电容器并联电路为一平面线圈,当回路中存在电流时,载流线圈产生磁偶极矩  $m = is$ 。若  $i$  为一变化电流, $i$  所激发的磁场亦为一变化磁场,只要该磁场不被封闭在某一固定范围内,就会有电磁波向空间辐射,由于磁偶极矩辐射的平均功率与交变电流在电阻上消耗的平均功率相似,均与电流幅值的平方成正比。故可将电磁辐射的能量视为消耗于一个等效电阻  $R_r$  上的能量。(作为一个简单的特例,如果电路连接成一半径为  $a$  的圆环,且通以幅值为  $I_0$  的振荡电流,则该环磁矩为  $m = i\pi a^2$ ,其辐射功率  $P = \frac{\mu_0 \omega^4 (\pi a^2)^2}{12\pi c^2}$

$I_0^2$ ,令  $P = \frac{1}{2} R_r I_0^2$ ,则有  $R_r = \frac{\mu_0 \omega^4 (\pi a^2)^2}{6\pi c^2}$ ,其中  $R_r$  即为等效电阻,称为辐射电阻。)即闭合回路通以变化电流,则将产生电磁辐射,电磁辐射的能量可视为消耗于等效的辐射电阻  $R_r$  上的能量。

将两电容器并联回路的导线电阻、回路电感以及电磁辐射以等效的集中元件  $R$ 、 $L$  和  $R_r$  代之,则两电容器并联时的等效电路如下图。

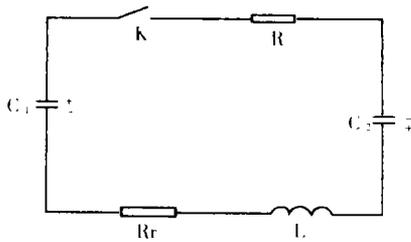


图 1

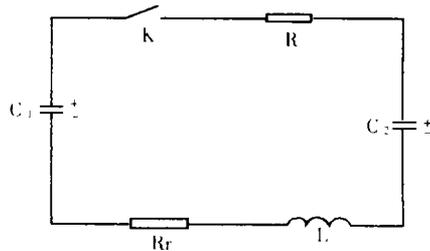


图 2

以下仅对图一进行讨论:现考虑自开关  $K$  闭合直至两电容器上的电荷重新稳定分布完成这一暂态过程,该 LRC 电路的微分方程为  $L \frac{di}{dt} + R_r i + R i + U_1 + U_2 = 0$  (1)

$$\text{两边同乘以 } i \text{ 得 } Li \frac{di}{dt} + (R_r + R) i^2 + U_1 i + U_2 i = 0 \quad (2)$$

由于两电容器并联过程中电荷守恒,有  $Q = Q_1 - Q_2$ ,  $dQ_1 = dQ_2$ , 所以有  $i = \frac{dQ_1}{dt} = \frac{dQ_2}{dt}$ , 又因  $dQ_1 = C_1 dU_1$ ,  $dQ_2 = C_2 dU_2$ , 分别代入(2)式并移项得

$$Li \frac{di}{dt} + C_1 U_1 \frac{dU_1}{dt} + C_2 U_2 \frac{dU_2}{dt} = -(R_r + R) i^2 \quad (3)$$

上式两边同乘以  $dt$  并令  $R_r i^2 dt = dW_r$ ,  $R i^2 dt = dW$ , 然后两边同时积分,注意到两电容器上电荷重新稳定分布时,电路中  $i = 0$ , 两电容器上的电压  $U_1' = U_2' = U$  有

$$\int_0^U Li di + \int_{U_1}^U C_1 U_1 dU_1 + \int_{U_2}^U C_2 U_2 dU_2 = - \int_0^{\Delta W_r} dW_r - \int_0^{\Delta W} dW \quad (4)$$

积分后得:

$$\frac{1}{2} C_1 (U^2 - U_1^2) + \frac{1}{2} C_2 (U^2 - U_2^2) = -(\Delta W_r + \Delta W) \quad (5)$$

上式左边为电容器  $C_1$  和  $C_2$  在积分前后贮存能量的变化,右边  $\Delta W_r$  为辐射能量,  $\Delta W$  为电阻上消耗的能量。负号表示两电容器上总的能量随着回路向空间辐射能量及导线电阻的消耗而减少。其能量的减少为

$$\Delta W_c = \Delta W_r + \Delta W = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 + \frac{1}{2} C_2 U_2^2 - \frac{1}{2} (C_1 + C_2) U^2 \quad (6)$$

利用电荷守恒条件  $C_1 U_1 + C_2 U_2 = CU$ , 及回路电容  $C = \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)}$

$$\text{得 } \Delta W_c = \Delta W_r + \Delta W = \frac{C_1 C_2 (U_1 + U_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

上式表明:两充电电容器并联时的能量损失  $\Delta W_c = \frac{C_1 C_2 (U_1 + U_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$ , 但由于  $\Delta W_c = \Delta W_r + \Delta W$ , 因此,电容器上损失的能量一部分以电磁波的形式辐射到空间中去,一部分消耗在导线电阻上产生焦耳热。

(下转第 85 页)

四面体各棱长之和为定值时,它的体积有最大值吗?(5)表面积一定时,凸几何体体积有最大值吗?还可将思维逆向发散:(6)若三角形面积为定值时,求它的周长的最小值;(7)若四面体体积为定值时,它的各棱长之和有最小值吗?

这里需说明的是,发散思维与定势思维各有长短,互为补充,它们并不是并列的关系,也不是对立的关系,定势思维的最大缺点,是使思维墨守成规,形成封闭性,而封闭性是违反有序原理的,这一点,它还不及发散思维,但发散思维也并非完美无缺,如定向的及时性及思维过程,它不如定势思维,可以想象,如果没有基本逻辑思维方法(定势)作为基础,发散的结果是没有价值的;发散后要经聚敛形成新的定势才是成功的。

防止思维定势的产生,这是做不到的。思维定势是人皆有之的普遍心理现象,任何解决问题的过程总是在某种思维定势的影响下展开的,因此定势并不能单纯地防止。实质上,导致定势消极作用的原因是产生定势的知识、经验,特别是观念的片面性、狭隘性和肤浅性,当思维者把并非基本,并不一般的局部经验(或规律)不自觉地扩大到一般范围内使用时,就会导致错误,形成消极后果。相反地,如果建立起具有一般性的广泛的适用的心理定势,则这种定势不仅不会妨碍创造活动的进行,甚至有利于创造本身。

综上所述,思维定势在数学活动中有着不可估量的作用。及时打破原有的狭隘思维定势,不失时机地建立、发展和强化更有一般意义的定势是数学活动中正确处理思维定势的原则性方法。而定势的形成——克服——形成的过程,实际上就是数学能力发展的过程,这个过程不断发展对于数学活动有着深远的意义。

(责任编辑 金丽霞)

(上接第 62 页)几点讨论:

1,当导线电阻  $R$  趋于零时(如导线处于超导状态或导线为理想导线),此时,  $\Delta W$  趋于零,导线上几乎没有焦耳热产生,电容器上损失的能量全部以电磁波的形式向空间辐射,其

$\Delta W_c$  仍为  $\frac{C_1 C_2 (U_1 + U_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$ , 与  $R$  和  $L$  无关。

2,当  $R \gg R_r$  时,  $\Delta W \gg \Delta W_r$ , 电路向空间辐射的能量  $\Delta W_r$  可以忽略。这时可以认为电容器上损失的能量全部以焦耳热的形式消耗于导线电阻上。

3,当  $R_r$  和  $R$  均趋于零时(如处于超导状态的导线在连接两电容器的同时被制成螺绕环),此时电路几乎是既不向空间辐射电磁波,也没有焦耳热产生,  $\Delta W_c$  趋于零。这是因为此时的整个  $LRC$  电路处于无阻尼振荡状态,电路中各电量均为等幅振荡,两电容器上的电荷也难以重新达到稳定分布,因而稳定情况时得出的能量损失公式  $\Delta W_c =$

$\frac{C_1 C_2 (U_1 + U_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$  在这里不再适用。

#### 参 考 文 献

- 1 柯惟力. 浅析两电容器并联时的能量损失. 江苏广播电视大学学报, 1997. 1: 83~88
- 2 赵凯华, 陈熙谋. 电磁学. 人民教育出版社, 1978. 4
- 3 郭硕鸿. 电动力学. 高等教育出版社, 1979. 2

(责任编辑 张军涛)