用坡印廷矢量讨论电容器并联过程中的能量转换关系

付元芬

电容器并联过程中静电能会有损失。南开大学物理系刘嘉欣等同志从电路的角度讨论了过程中损失的总能量（《大学物理》83年第4期）。本文从场的观点出发用坡印廷矢量讨论发生在各部分的能量转换关系

设带电Q_1的电容器C_1与带电Q_2的电容器C_2相并联，回路电阻为R，如图1所示。若$\frac{Q_1}{C_1}>\frac{Q_2}{C_2}$，则$C_1$放电，$C_2$被充电。若用q表示$C_1$极板上的电量，回路电流$i=-\frac{dq}{dt}$。此处电流不是稳恒的，但若变化不快，可以看成似稳的。则q满足方程：

$\frac{q}{C_1}=iR+\frac{(Q_1+Q_2)-q}{C_2}$，此方程的解为：

$$q=\frac{b}{a}+\left(Q_1-\frac{b}{a}\right)e^{-at}$$

$$i=a\left(Q_1-\frac{b}{a}\right)e^{-at}$$

其中 $a=\frac{1}{C_1R}+\frac{1}{C_2R}$，　$b=\frac{Q_1+Q_2}{C_2R}$

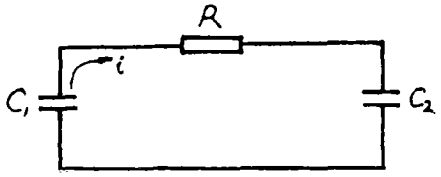


图1

一　C_1的能量变化

为了下面讨论的方便，设C_1、C_2都是园形平行板电容器，两板间距分别为d_1和d_2，介质介电常数分别为ε_1、ε_2，极板面积为$S_1=\pi r_1^2$，$S_2=\pi r_2^2$。其中$r_1\gg d_1$，$r_2\gg d_2$。电阻R是一个长为Δl、截面积为$\Delta s=\pi r^2$的园柱体，电导率为σ。

t时刻C_1极板上电量为q，C_1内全电流为i，边缘处电场$E_1=\frac{q}{s_1\varepsilon_1}$，方向向下，磁场强度

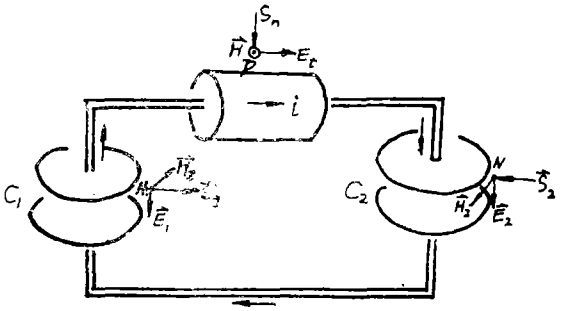


图2

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

$H_1=\frac{i}{2\pi r_1}$，方向与i成右手系，如图2中M点所示。$\vec{S}_1=\vec{E}_1\times\vec{H}_1=\frac{q}{\varepsilon_1 s_1}\ \frac{i}{2\pi r_1}\vec{e}_r$，可见在$C_1$与$C_2$并联后的整个过程中$C_1$内的电能在不断地通过侧面向外流出。若将电容器极板看成是理想导体，极板内场强为零，能流也为零，所以C_1向外流出的总能量为

$$\Delta W_{1出}=\int_0^\infty dt\int_{C_1侧面}\vec{s}_1\cdot d\vec{\sigma}=\int_0^\infty\frac{qi}{C_1}dt$$

$$=\frac{(C_2Q_1-C_1Q_2)\ \ (2C_1Q_1+C_1Q_2+C_2Q_1)}{2C_1\ (C_1+C_2)^2}。$$

二　C_2的能量变化

t时刻C_2极板上电量为$(Q_1+Q_2)-q$，通过C_2的全电流为i、边缘处各点的电场强度$E_2=\frac{(Q_1+Q_2)-q}{s_2\varepsilon_2}$，方向向下，磁场强度$H_2=\frac{i}{2\pi r_2}$，方向与i成右手系，如图2中N点所示。$\vec{S}_2=\frac{(Q_1+Q_2)-q}{s_2\varepsilon_2}\ \frac{i}{2\pi r_2}(-\vec{e}_r)$。可见$C_1$与$C_2$并联后的整个过程中不断地有电磁能流入$C_2$内，流入的总能量为：

$$\Delta W_{2入}=\int_0^\infty dt\int_{C_2侧面}\vec{S}_2\cdot d\vec{\sigma}=\int_0^\infty\frac{(Q_1+Q_2-q)i}{C_2}dt$$

$$=\frac{(C_2Q_1-C_1Q_2)\ \ (2C_2Q_2+C_1Q_2+C_2Q_1)}{2C_2\ (C_1+C_2)^2}$$

三　电阻R上的能量损耗

导线内电场强度$\vec{E}=\frac{\vec{j}}{\sigma}$，导体表面处各点电场强度的切向分量$E_t=\frac{i}{\Delta s\sigma}$方向与i的方向相同，磁场强度$H=\frac{i}{2\pi r}$，方向与i成右手系，如图2中P点所示。$S_n=\frac{i}{\Delta s\sigma}\cdot\frac{i}{2\pi r}$方向指向导体内部。通过导体表面流入其内的电磁能为：

$$\Delta W_{R入}=\int_0^\infty dt\int_{R侧面}S_n d\sigma=\int_0^\infty Ri^2dt$$

$$=\frac{(C_2Q_1-C_1Q_2)^2}{2C_1C_2(C_1+C_2)}$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

四 连接导线上的能量变化

连接导线被看作是理想导体，故导体内静电场为零，又由于是似稳态过程，涡旋电场也为零，因此在这种条件下通过连接导线不会有能量传输。

五 结论

由以上推导结果可以得到下面两点结论：

1、$\Delta W_{1出} - \Delta W_{2入} = \Delta W_{R入}$，这表明在似稳态情况下，$C_1$和$C_2$并联的整个过程中，$C_1$减少的能量一部分被$C_2$吸收使$C_2$内静电能增加，另一部分全被回路中电阻R吸收转换成焦耳热损失掉了，因电磁辐射损失到空间中去的能量为零。（该结论与本文开头所引用的文章不同）。

2、$\Delta W_{R入} = \frac{(C_2Q_1 - C_1Q_2)^2}{2C_1C_2(C_1+C_2)}$ 表明在似稳条件下电阻R上的能量损耗与R的量值无关。这可作如下理解：若R比较大，回路电流就比较小，热功率也小，但这时因时间常数增大使得放电时间延长；反之，若R小，则i大，热功率也大，而这时放电时间缩短，所以热损失的总量不变。这就是为什么在这一类练习题中一般不给出R的数值的缘故。

我院实验室工作会议情况简介

八五年一月二十一日至二十三日召开了我院一九八四年实验室工作会议。参加这次会议的有天津市高教局物资处的负责同志，院、系、处、室的领导和各系实验室主任、实验室教师及工作人员共九十余人。会上传达贯彻了教育部黄辛白付部长在全国高等学校实验室工作会议上的讲话，明确了今后实验室建设的奋斗目标，总结了前一段工作经验，表扬奖励了在实验室建设上做出突出成绩的先进集体和个人，修订了我院《实验室工作条例》和《仪器设备管理办法》，使我院的管理工作进一步科学化；并成立了我院的实验室研究会，它必将对我院的实验室建设和管理发挥积极的作用。

我院是新建院校，到目前已建成实验室45个，在实验室建设中克服了设备不足，房屋狭窄，教师和实验技术人员少等各种困难，面向教学、服务教学，千方百计地创造条件，为提高教学质量做出了应有的贡献。实验课的开出率逐年增加，现在基础课实验开出率达92%，技术基础课实验开出率达75%，专业课实验开出率为50%左右，越来越多的实验室已成为我院教学和科研的重要基地。

通过这次会议的召开，总结了经验，明确了方向，找出了差距，增强了信心。必将使我院今后的实验室建设提高到一个新的水平。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n