

2. 需求分析

2.1. 任务设计.....	3
2.2. 轨道的改变.....	5
2.3. 轨道面改变.....	7
2.4. 轨道调整.....	9
2.5. 位置保持.....	9
2.6. 姿态机动.....	10
2.7. 稳定姿态控制.....	14
2.8. 角动量卸载.....	17
2.9. 习题.....	18

讨论推力和冲量是如何产生之前，为什么需要它们，它们的大小应是多少？
两个主要的依据就是任务设计和姿态控制系统。

表 航天器推进系统的功能

任务	说明
任务设计	平动
轨道的改变	从一个轨道改变到另外一个
轨道调整	消除运载火箭误差
位置保持	保持星座位置
重新定位	改变星座位置
姿态控制	转动
推力矢量控制	消除推力方向偏差
姿态控制	保持一个姿态
姿态机动	改变姿态
角动量卸载	消除存储的角动量
自旋轴机动	重新确定航天器的本体轴指向

2.1. 任务设计

建立齐奥尔科夫斯基公式和推论：

$$\begin{aligned}P &= mV = C = (m - dm)(V + dV) + (V_e + V)dm \\ \Rightarrow mdV + V_e dm &= 0 \Rightarrow \int_{V_0}^{V_f} dV + \int_{m_i}^{m_f} V_e dm / m = 0 \\ \Rightarrow \Delta V + V_e \ln(m_f / m_i) &= 0 \Rightarrow \Delta V + V_e \ln(m_f / m_i) = 0 \\ \Rightarrow m_f &= m_i \exp(-\Delta V / V_e)\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$\Delta m = m_p = m_i - m_f = m_i [1 - \exp(-\Delta V / V_e)]\tag{2.2}$$

$$\Delta m = m_p = m_i - m_f = m_f [-1 + \exp(\Delta V / V_e)]\tag{2.3}$$

小量化: $\Delta m V_e = m_i \Delta V$

m_i : 初始时航天器的质量; m_f : 结束时的航天器质量;

m_p : 给定速度改变量 ΔV 时所需的推进剂的质量;

ΔV : 航天器的速度增量; V_e : 航天器推进系统的喷气速度 (比冲)

有限燃烧损失

任务设计计算时，假设速度是在轨道的一点改变的，也就是说速度的改变是瞬时的。如果这个假设是无效的，能量就会大量损失。这些损失就被称为有限的燃烧损失，它是由燃烧时，航天器的速度方向等发生改变引起的。

燃烧结束时和初始时的轨道是不相同的，轨道要素是持续改变的。

航迹角会有持续的改变，并且它是时间的函数。

航天器速度的变化与时间不是呈线性关系的；航天器变质量。

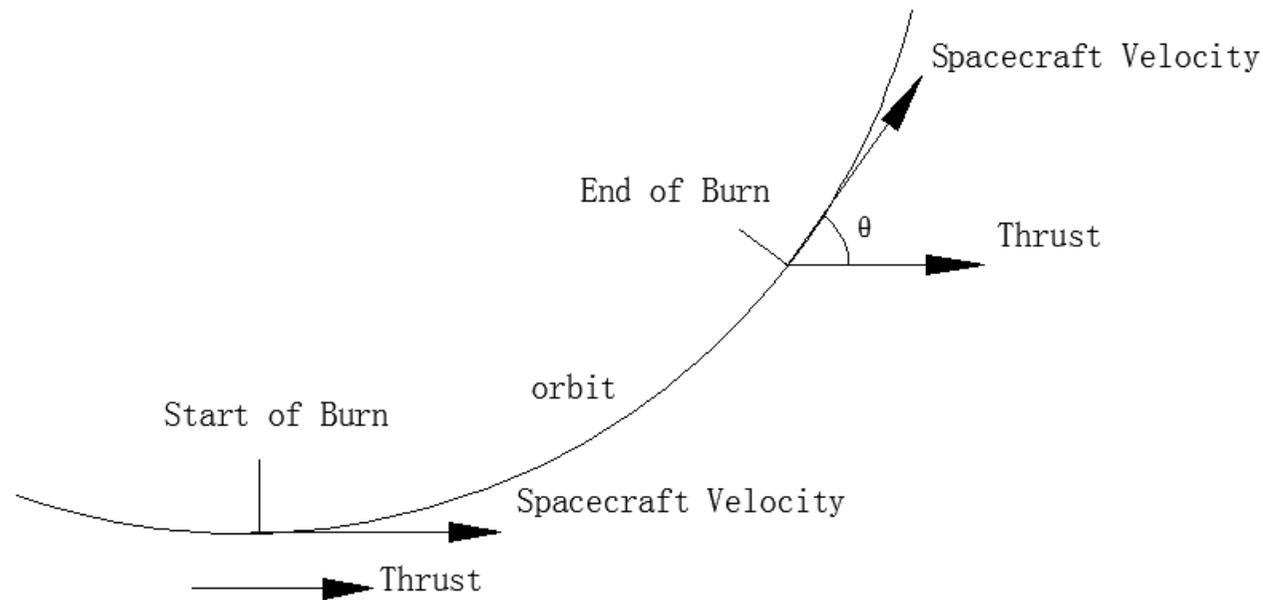


图 燃烧过程中速度的改变

2.2. 轨道的改变

任意一点的位置和速度可以唯一确定一条轨道

$$\Delta \mathbf{V} = \mathbf{V}_t - \mathbf{V}_i \quad (2.4)$$

ΔV : 轨道改变所需的速度增量矢量;

V_i : 航天器在初始轨道上任意一点的速度矢量;

V_t : 航天器在目标轨道上同一点的速度矢量;

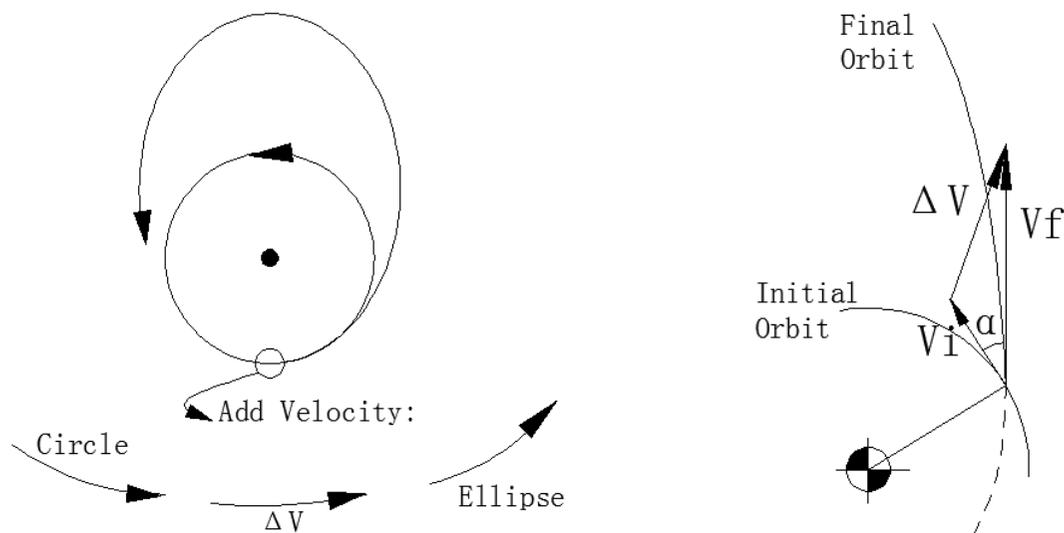


图 轨道改变

思考:

初始轨道是近地圆轨道，
轨道高度是 300km，改变
到高度是 300*3000km 的
椭圆轨道上时速度需要增
加多少？

霍曼过渡

$$\Delta V_1 = V_{pt} - V_i, \Delta V_2 = V_{at} - V_f, \Delta V = |\Delta V_1| + |\Delta V_2|$$

其中,

V_{pt} : 椭圆过渡轨道上近心点的速度;

V_{at} : 椭圆过渡轨道上远心点的速度;

V_i : 初始轨道速度;

V_f : 最终轨道速度

思考: 设计一个从半径为 8000km 的地球圆轨道改变到半径为 15000km 的圆轨道的霍曼过渡。

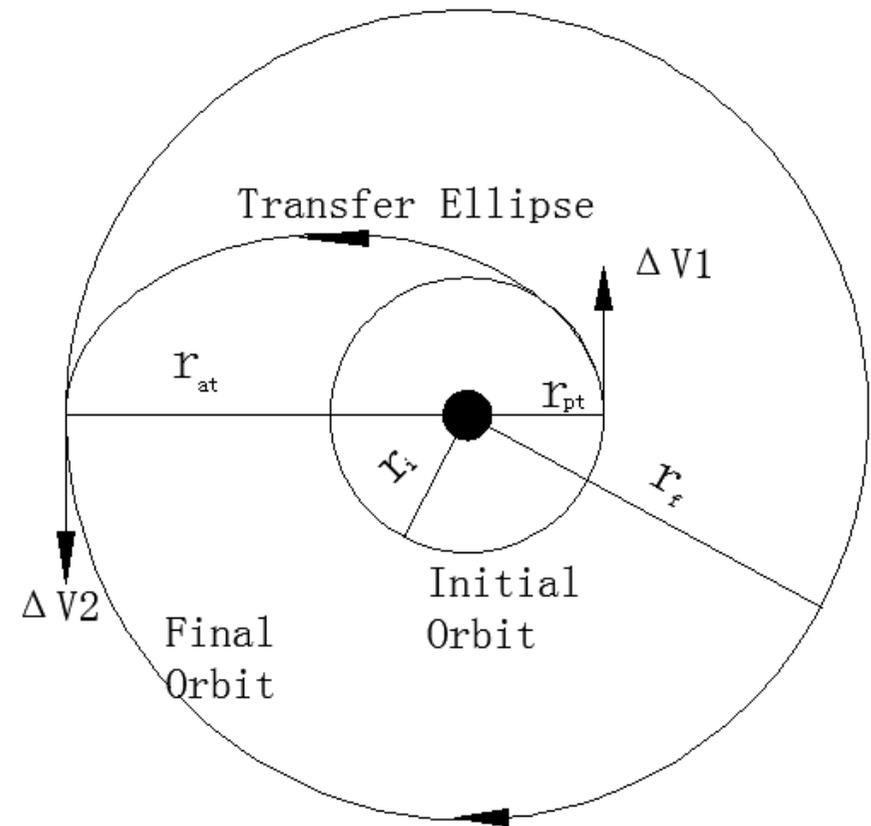


图 霍曼过渡

2.3. 轨道面改变

$$\Delta V = 2V_i \sin(\alpha / 2)$$

其中

ΔV ：改变轨道面时所需的速度增量

V_i ：最终轨道和初始轨道面交线处的初始轨道速度

α ：轨道面改变的角度

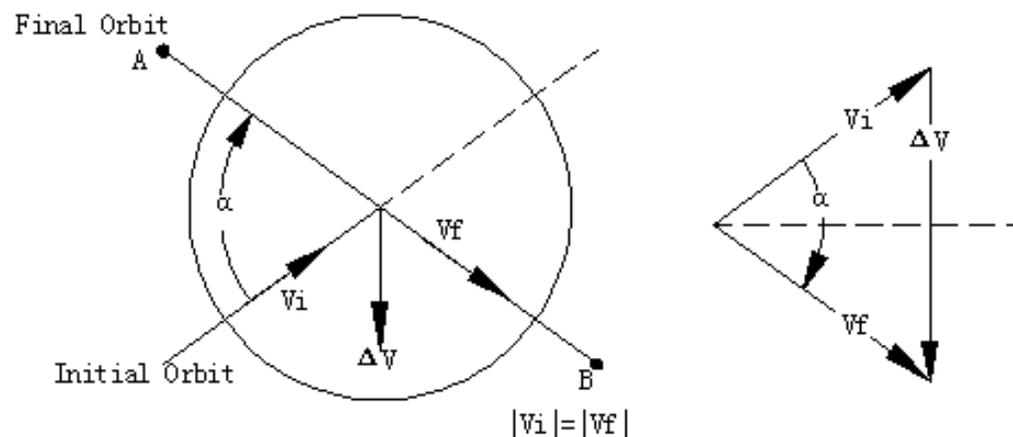


图 轨道面改变的机动

思考：500km 圆轨道面改变 10 度所需的速度增量。

组合机动

同平面机动与异面机动合成

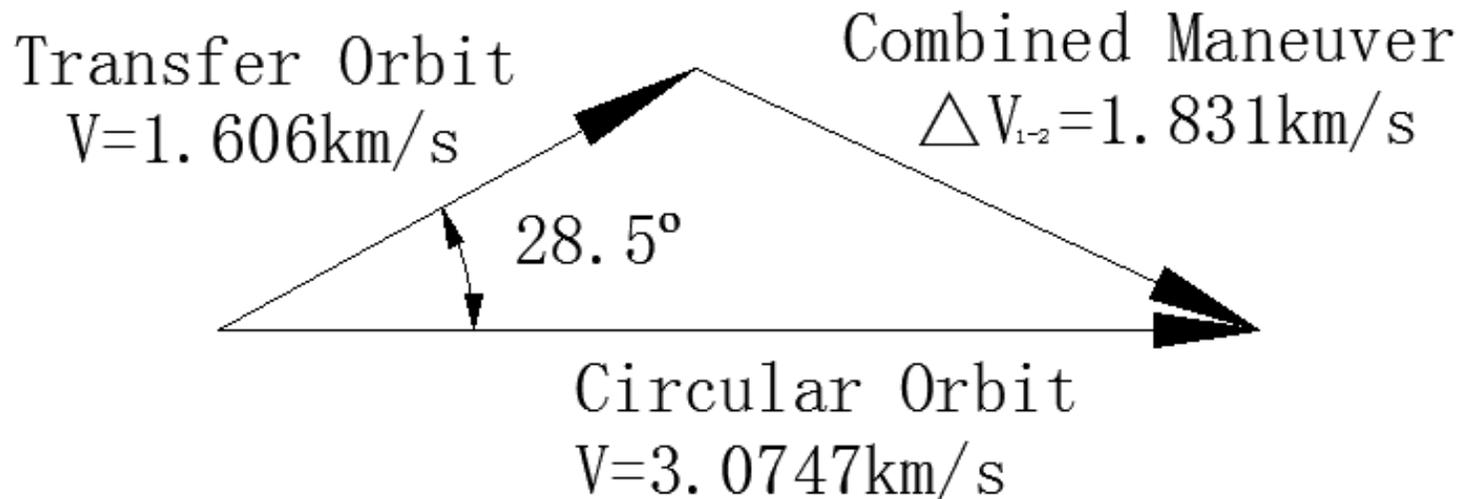
两个机动分别是在同平面上使轨道圆化和轨道平面改变 28.5° 角。

改变轨道平面的机动速度为 1606m/s 处，所需的速度增量是 791m/s 。

使轨道圆化的机动在远心点处速度为 3074.7m/s ，所需的速度增量 1469m/s 。

两次机动所需的总的速度增量是 2260m/s 。

两次机动合成则仅仅需要 1831m/s 的速度增量，减少了 429m/s 。



2.4. 轨道调整

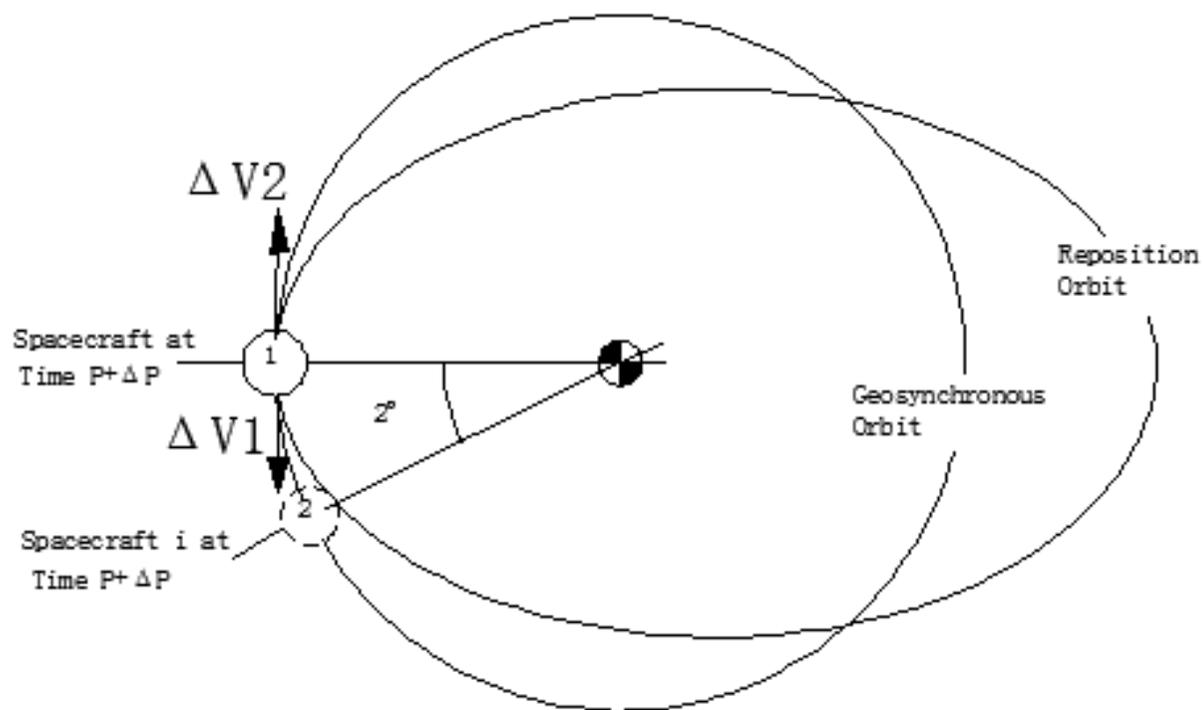
轨道调整的作用是去除最近建立的轨道中残留的误差。

2.5. 位置保持

修正航天器的位置。

对于地球同步卫星和在星座中的航天器是一个非常常见的过程。

通过增大（或减小）航天器的速度以产生一个椭圆型轨道来完成的。



思考：一个地球同步轨道上的航天器需要一个恒星日（一个轨道）的漂移时间后，再定位到与速度矢量方向相反（向西）的 2° 的位置。

2.6. 姿态机动

推力器力矩

$$\mathbf{T} = \sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i \quad T = nFL \quad (2.26)$$

T: 推力器的力矩

F: 单个推进器的推力

n: 点火推力器的个数

L: 有效力臂

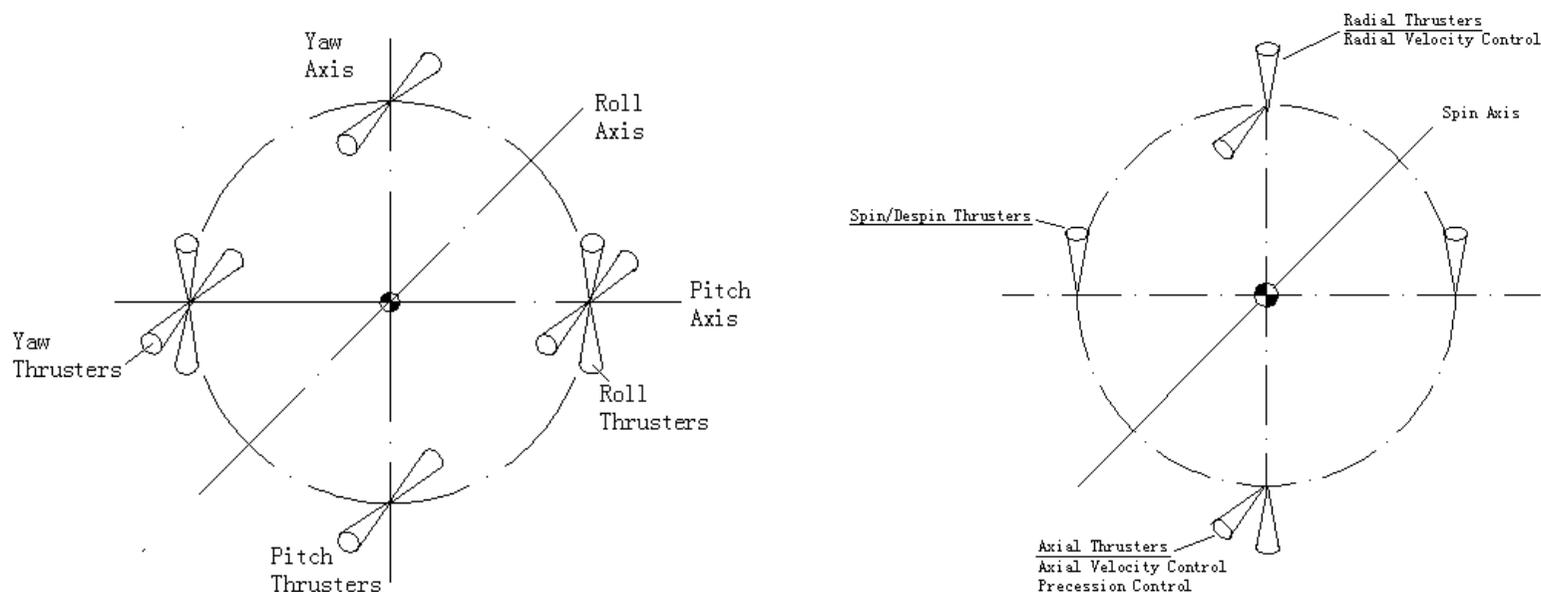


图 航天器的典型的推进装置

由动力学

$$I_b \ddot{\theta}_b = T$$

得:

$$\theta_b = 0.5at_b^2 \quad (2.27)$$

$$a = T / I_b \quad (2.28)$$

$$\omega = at_b \quad (2.29)$$

$$H = I_b \omega = Tt_b \quad (2.30)$$

其中

θ : 航天器旋转的角度

a : 在一次点火中航天器旋转的角加速度

ω : 航天器的角速度

I_b : 航天器的转动惯量

t_b : 点火时间

H : 在点火过程中航天器角动量的改变

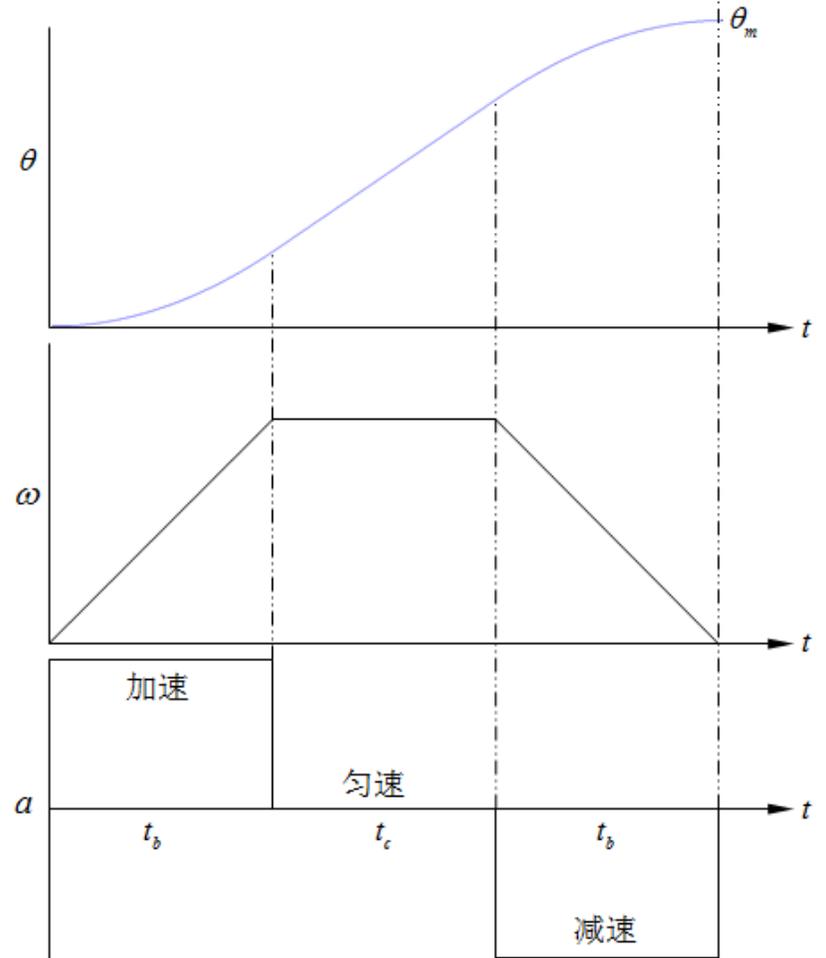
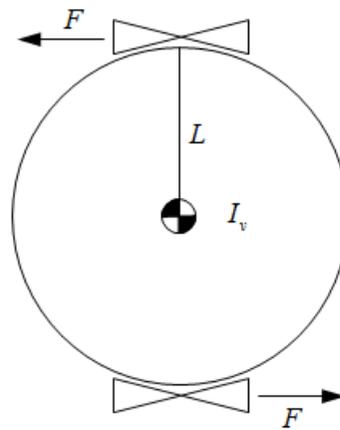
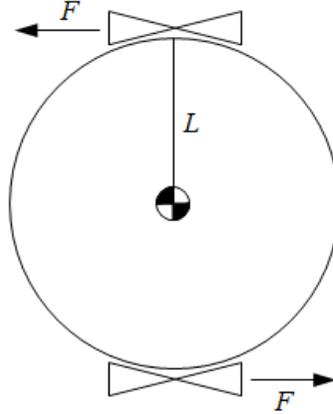
单轴机动

总的旋转角度是：

$$\theta = 0.5at_b^2 + at_bt_c + 0.5at_b^2$$

$$t = 2t_b + t_c$$

$$\omega = at_b$$



思考题：求航天器绕 Z 轴转动 90 度的最短时间，安装两个推进器，转动惯量=500kgm²；力臂=1m；每个发动机的推力=2N

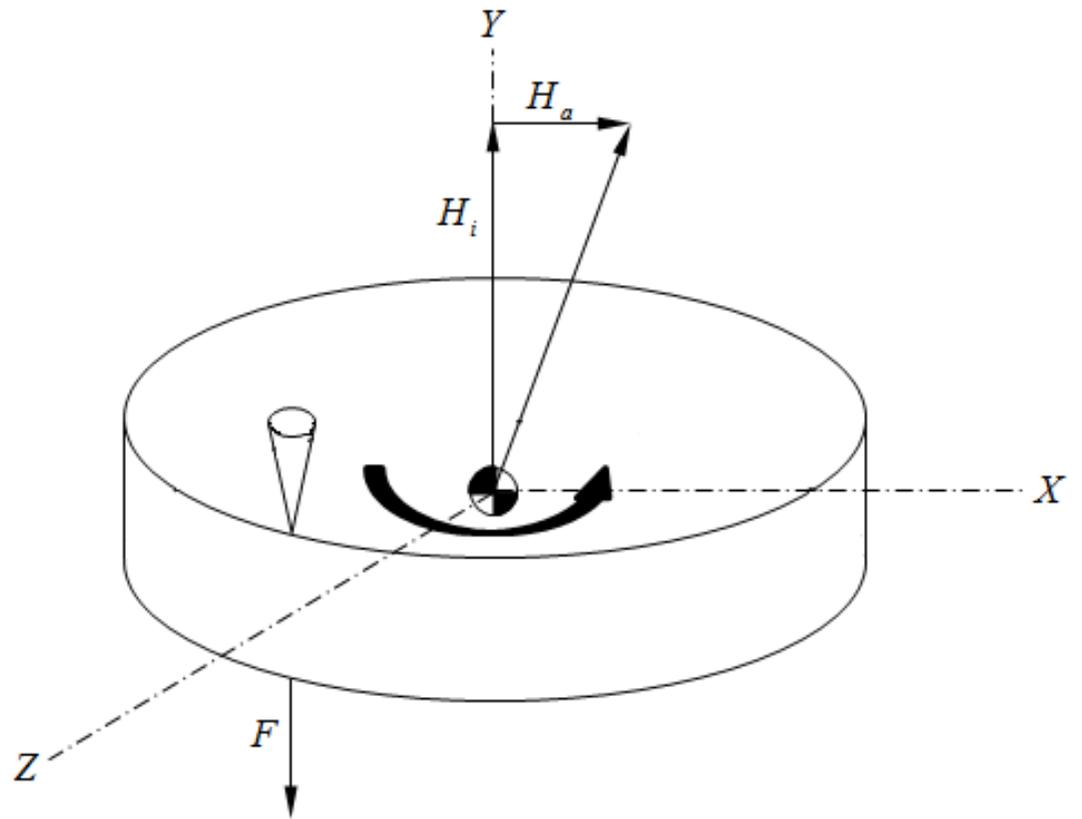
自旋轴的进动

自旋轴的章动进动消章动过程

在航天器上施加一个力矩，使自旋轴章动，角动量矢量转动 ϕ 角：

$$\phi \approx \frac{H_a}{H_i} = \frac{Tt}{I_y \omega}$$

思考题：求使航天器自旋轴进动4度所需的点火时间，推力=2N；力臂=1m；航天器自旋速率=2rpm (0.2094rad/s)；转动惯量=100 kgm²；比冲=185s



2.7. 稳定姿态控制

极限环控制

为控制航天器的姿态，需频繁使用推力器。

允许姿态在极限角度内漂移；

若超出极限角度，需开启推力器以纠正姿态。

无外力矩

$$\omega_m = aP_{w/2}$$

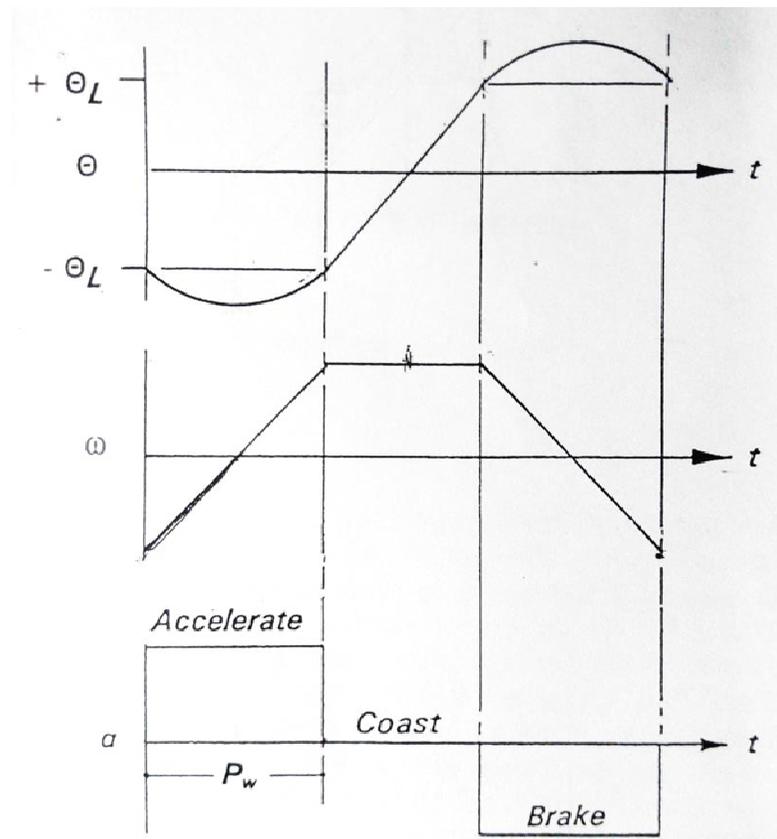
$$\theta_L = \omega_m t_c = aP_{w/2} t_c \Rightarrow t_c = \theta_L / aP_{w/2}$$

$$\theta_m = \theta_L + 0.5aP_{w/2}^2$$

推力占空比

$$k_L = P_{w/2} / (P_{w/2} + t_c) = P_w / (P_w + 4\theta_L / aP_w)$$

$$= aP_w^2 / (aP_w^2 + 4\theta_L) \approx aP_w^2 / 4\theta_L$$



思考题：航天器的转动惯量为 2000kgm^2 ，距质心 1m 的位置安装 5N 的推力器组。极限周期控制到 0.5deg ，如果 I_{sp} 是 170s ，燃料消耗速率是多少，一年消耗多少燃料？脉冲时间为 30ms ，且没有外力矩作用。

有外力矩

外力矩

干扰	形式	主要影响因素	公式
重力梯度力矩	持续性的或周期性的，取决于航天器指向	航天器几何形状，轨道高度	$T_g = 3\omega_o^2 R_0 \times I_b R_0$
太阳光压力矩	持续力,对于对地定向卫星是周期性的	航天器形状，航天器表面积	$T_{sp} = P_s A_s L_s (1 + q) \cos i$
磁场力矩	周期性的	轨道高度，飞行器剩磁偶极子，轨道倾角	$T_m = m \times B$
气动力矩	对于圆轨道的对地定向卫星是周期性的	轨道高度，飞行器结构外形	$T_a = \sum r_i \times F_i$ $F = 0.5 [\rho C_d A V^2]$

单边极限环

航天器姿态在外力矩作用下发生变化，当达到极限环边界时，推力器组被点燃以纠正姿态。如果极限环比特定值宽，就会形成单边极限环。

$$\omega_m = (a_c - a_d)P_{w/2}$$

$$\theta_L - \theta_p = 0.5a_d t_c^2$$

$$t_c = \omega_m / a_d = (a_c / a_d - 1)P_{w/2}$$

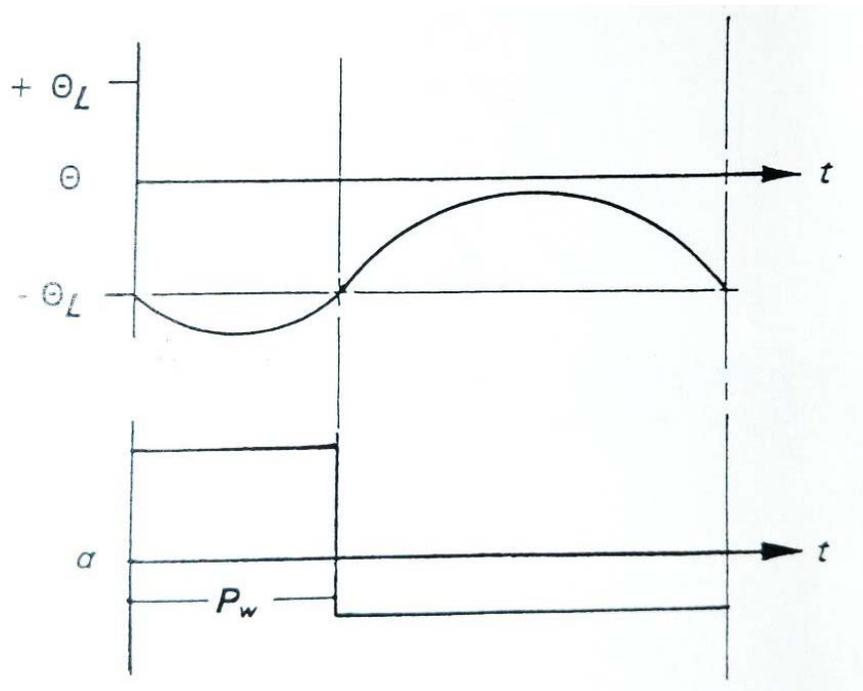
$$\theta_m = \theta_L + 0.5(a_c - a_d)P_{w/2}^2$$

单边极限环形成条件：

$$\theta_L - \theta_p = 0.5a_d t_c^2 < 2\theta_L$$

推力占空比： $k_L = P_{w/2} / (P_{w/2} + (a_c / a_d - 1)P_{w/2}) = a_d / a_c$

思考题：航天器的转动惯量为 2000kgm^2 ，距质心 1m 的位置安装 5N 的推力器组。极限周期控制到 1deg ，如果 I_{sp} 是 170s ，燃料消耗速率是多少，一年消耗多少燃料？脉冲时间为 20ms ，单边极限环的形成条件，外力矩至少多大？



双边极限环

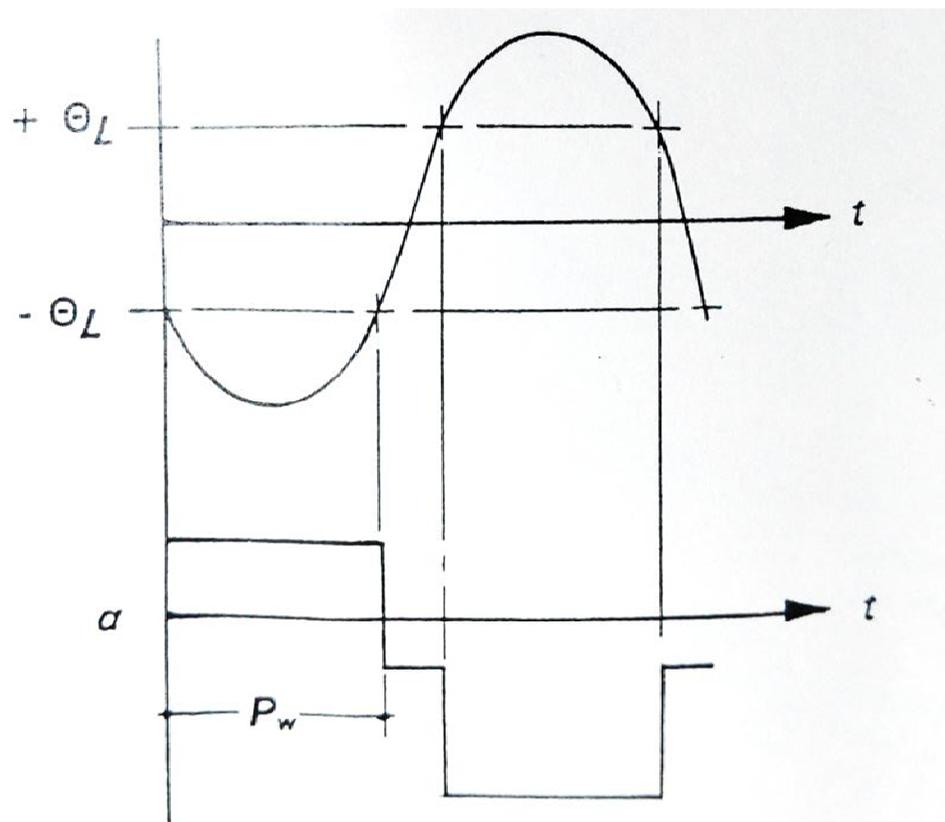


图 极限环

2.8. 角动量卸载

同单边极限环

2.9. 习题

1 某卫星运行在 280km 高的圆形停泊轨道，其质量为 3000 kg，如果发动机的比冲 I_{sp} 为 310s，则利用霍曼变轨的方式将其转移到地球同步轨道 ($r_a=42164\text{km}$) 需要消耗多少燃料？

2 某地球资源卫星运行在 $400 \times 2000\text{km}$ 的椭圆轨道，其质量为 2800kg，如果发动机的比冲 I_{sp} 为 290s，则将卫星转移到 400 km 的圆轨道需要多少燃料？

3 某卫星携带有单组元发动机，其比冲 I_{sp} 为 225s。如果卫星的修正轨道需要的速度增量 ΔV 为 200m/s，并且保证发动机工作完成后卫星的质量为 2000kg，需要消耗多少燃料？

4 哥伦比亚号航天飞机下次飞行时需要完成如下任务：在 275km 的圆轨道完成 3 deg 的轨道平面机动，在机动之前的质量为 100000kg，发动机的比冲 I_{sp} 为 320 s，则为了完成轨道机动需要预先加载多少燃料？

5 某卫星具有下述特性：a) 携带一对发动机，发动机被安装在距离质心 2m 位置；b) 卫星绕 z 轴的转动惯量为 4700 kgm^2 ；c) 每个发动机的推力为 1N。卫星绕 z 轴机动 65 deg 所需要的最短时间为多少？如果发动机的比冲 I_{sp} 为 185s，需要消耗多少燃料。

6 某卫星需要在 30s 内完成 60 deg 的姿态机动，卫星的转动惯量为 2000 kgm^2 ；发动机距质心 2m。完成上述任务，需要发动机的最小推力为多少？

7 某卫星具有下述特性（应用极限环方法控制卫星 z 轴姿态）：姿态控制精度为 $\pm 0.5^\circ$ ；z 轴转动惯量为 12000 kgm^2 ；发动机单位脉冲的最小冲量为 0.05（推力 2.5N，最小喷气时间为 $t_{on}=0.02\text{s}$ ）；发动机的真空比冲为 120

s; 两个发动机距质心 2m, 如果忽略外干扰力矩, 则燃料的消耗率为多少?

8 假设你正在为一颗三轴稳定卫星设计姿控发动机, 卫星需要在 5min 内完成绕任意轴 90 deg 的姿态机动, 机动过程中姿控发动机只能工作 30s。卫星携带 12 个姿控发动机, 发动机安装在距质心 2 m 的位置 (四个发动机一组, 提供沿某一轴的力矩或沿该轴反方向的力矩)。在满足以上要求的情况下, 需要每个发动机的最小推力为多少? 卫星的转动惯量为: $I_x=1000\text{kgm}^2$, $I_y=2000\text{kgm}^2$, $I_z=12000\text{kgm}^2$ 。

9 某一上面级发动机携带 2000kg 燃料、耗尽燃料后质量为 400kg, 现某载荷需要利用该发动机进行轨道机动, 该载荷重 250kg, 需要的速度增量 ΔV 为 5000 m/s。则需要发动机的真空比冲为多少? 假设 $\text{drag}=0$, 真空环境。

10 在下面条件下, 利用极限环方法控制某卫星滚动轴 24 h 需要多少燃料?

滚动轴转动惯量为 1500kgm^2 ; 发动机单位脉冲的最小冲量为 0.005Ns; 发动机距质心 2m; 指向精度为 0.01 deg; 无外干扰力矩; 比冲为 130s

11 某通讯卫星已经到达了赤道平面内的轨道, 轨道半长轴高度为 41756km, 偏心率为 0.0661, 卫星质量为 1120 kg。如果将卫星轨道转移到地球同步轨道需要消耗多少燃料? 目标轨道高度为 $35786\pm 10\text{km}$, 发动机比冲为 225s。

12 某一上面级发动机对卫星产生的最大速度增量为多少? 卫星的重量为 3920 kg, 上面级发动机的参数如下: 净质量为 626 kg; 可用的燃料为 11320 kg; 不可用燃料为 20kg; 比冲为 456s