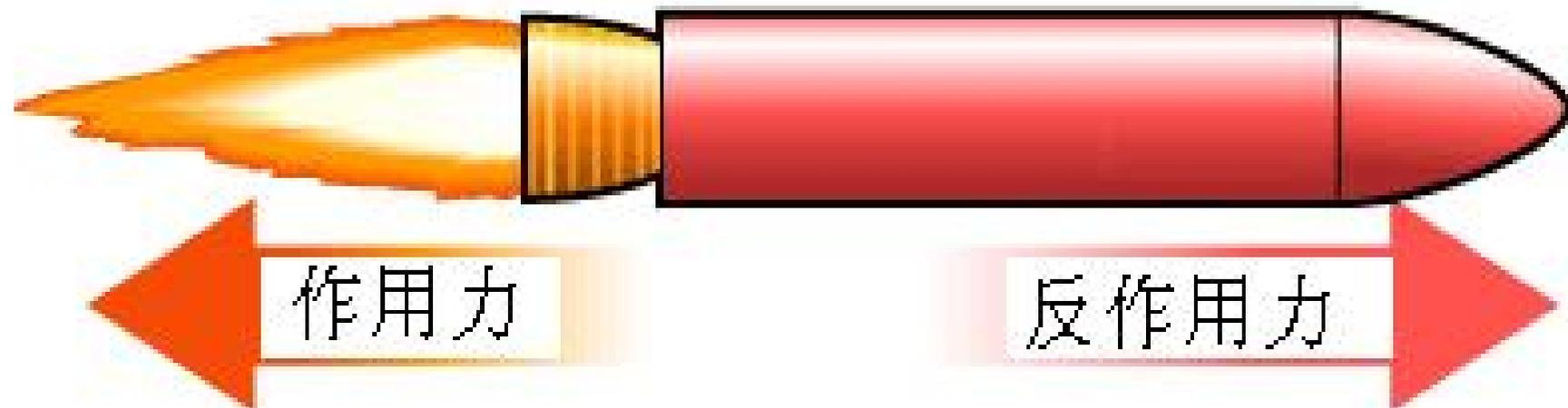


# 3. 理想发动机性能

3.1. 推力 .....	3
3.1.1. 有关推力的讨论 .....	9
3.1.2. 有关推力的几个代表量 .....	11
3.2. 理想热力学 .....	12
3.2.1. 喷气速度的计算公式 .....	17
3.2.2. 影响喷气速度的因素 .....	18
3.2.3. 极限喷气速度 .....	19
3.2.4. 喷管的质量流率、流率系数和特征速度 .....	20
3.2.5. 推力系数 .....	25
3.2.6. 膨胀压强比与扩张面积比 .....	27
3.2.7. 真空推力系数与特征推力系数 .....	31
3.2.8. 推力系数的变化规律 .....	32
3.2.9. 有关最大推力系数和推大推力的讨论 .....	34
3.2.10. 总冲 .....	36
3.2.11. 比冲 .....	38
习题 .....	43



## 3.1. 推力

当发动机（开放系统）工作时，作用于发动机所有表面（包括内、外表面）上的作用力的合力，定义为**发动机的推力**。

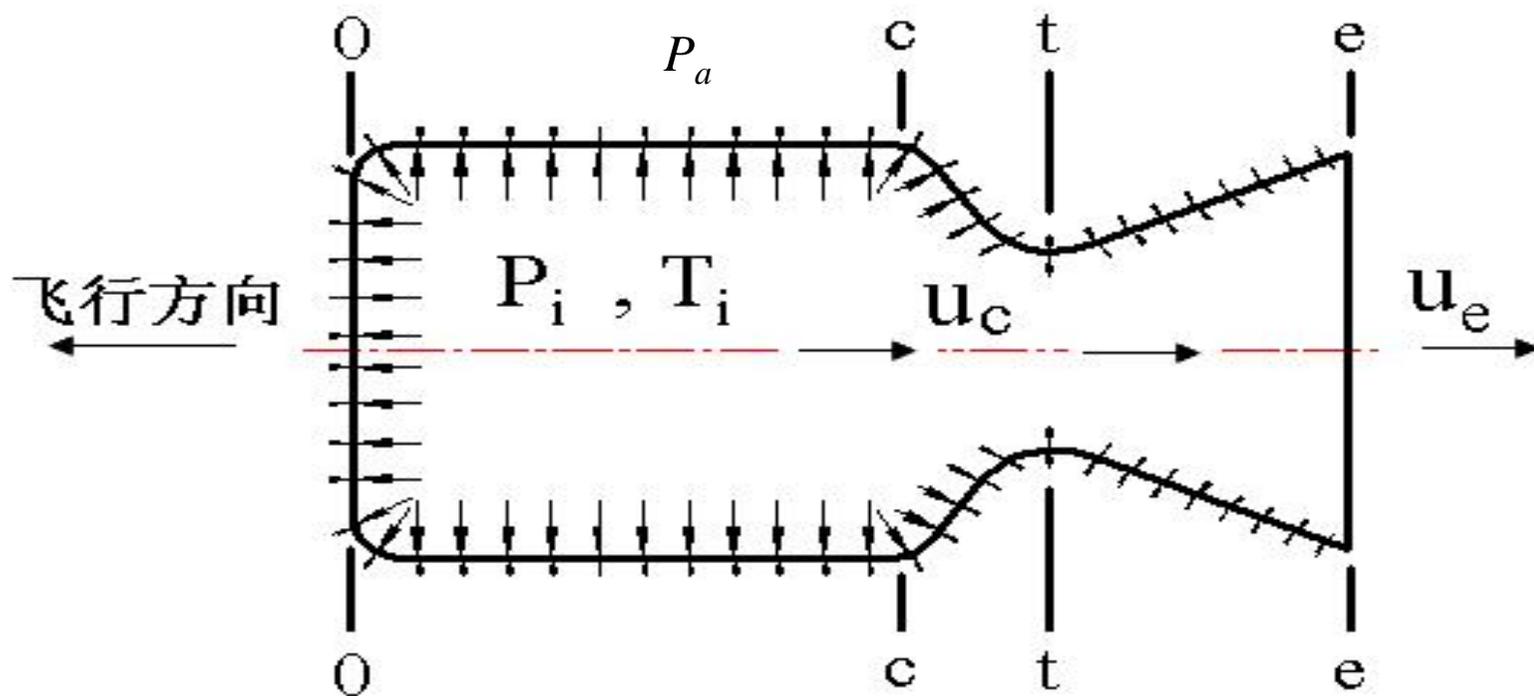


图 发动机内、外表面上压强分布示意图  
(图中箭头的长短表示压强的大小)

根据推力的定义，可将推力用公式表示为：

$$F = \oint_A P_A dA (\text{内法线}) = F_{\text{内}} + F_{\text{外}} = \int_{A_{\text{in}}} P_i dA + \int_{A_{\text{ex}}} P_a dA \quad (3.1)$$

$P_i$ : 发动机燃烧室内的气体压强；

$P_a$ : 发动机工作时的周围环境压强；

$A$ : 发动机的表面积矢量（下标 in 为内表面，ex 为外表面）。

发动机工作过程作如下的简化处理：

- (1) 发动机为轴对称体，且气体为一维定常流动，不记重力；
- (2) 发动机燃烧室内各点的气体压强、温度均相等；
- (3) 发动机处于不变的环境压强中。

取发动机内壁面和喷管出口截面所围成的体积为**控制体**；

以控制体内的气体为研究对象。

作用在控制体上的力为发动机内壁面上的力和喷管出口截面处的反作用力；

控制体动量变化等于受力。

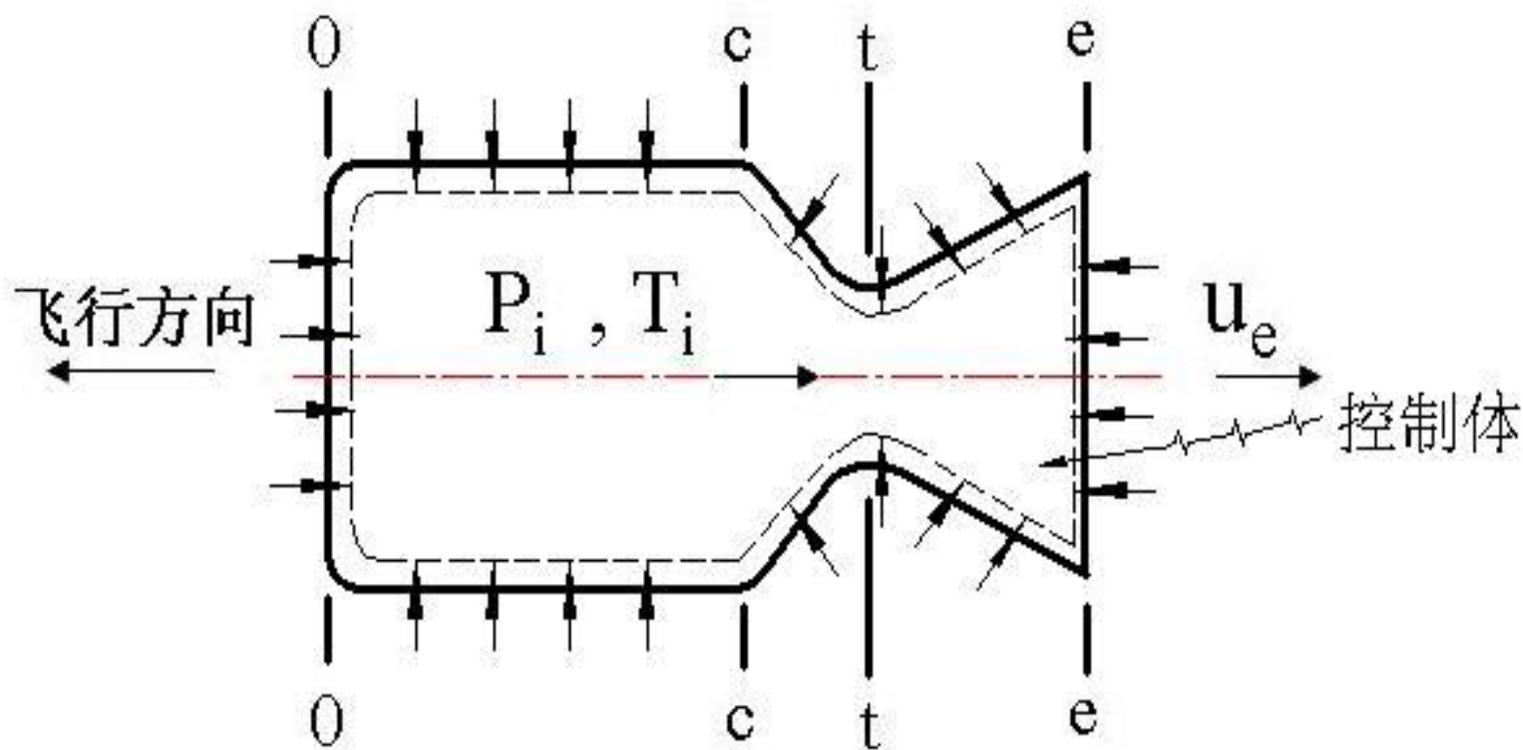


图 发动机内控制体示意图

控制体上的受力：

$$F_{control} = F_{in} + F_e \quad (3.2)$$

其中

$F_{in}$  为发动机内部表面作用于控制体上的力；

$F_e$  为发动机出口截面作用于控制体上的力。

根据作用力与反作用力原理：

$$F_{in} = -F_{内} = -\int_{A_{in}} P_i dA$$

根据一维定常流动假设：

$$F_e = P_e A_e$$

$$F_{control} = -\int_{A_{in}} P_i dA + P_e A_e$$

在发动机稳定工作时，发动机内气体由 0-0 截面至 e-e 截面的流动过程中，气体流速由  $u_{in}$  增加到  $u_{ex}$ ，根据质量守恒定理，应有：

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{ex} = \dot{m}$$

其中：

$\dot{m}_{in}$ ：表示进入控制体内的气体质量流率；

$\dot{m}_{ex}$ ：表示流出控制体的气体质量流率。

控制体内动量的变化率为：

$$\dot{M}_{\text{控制体动量}} = \dot{m}_{ex} \mathbf{u}_{ex} - \dot{m}_{in} \mathbf{u}_{in} = \dot{m} (\mathbf{u}_{ex} - \mathbf{u}_{in})$$

其中： $\mathbf{u}_{ex}$ ：流出控制体的工质速度； $\mathbf{u}_{in}$ ：流入控制体的工质速度。

根据动量定理，有：

$$\begin{aligned} F_{\text{control}} &= -\int_{A_{in}} P_i dA + P_e A_e = \dot{m} (u_{ex} - u_{in}) \\ \Rightarrow -\int_{A_{in}} P_i dA &= \dot{m} (u_{ex} - u_{in}) - P_e A_e = -F_{\text{内}} \end{aligned} \quad (3.3)$$

根据封闭表面的矢量积分等于零，有：

$$\begin{aligned} \int_{A_{ex}+A_e} P_a dA &= \int_{A_{ex}} P_a dA + \int_{A_e} P_a dA = 0 \\ \Rightarrow \int_{A_{ex}} P_a dA &= -\int_{A_e} P_a dA = -P_a A_e = F_{\text{外}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

将 (3.3)、(3.4) 式代入 (3.1) 式中，则可推出发动机的推力为：

$$F = -\dot{m}(u_{ex} - u_{in}) + P_e A_e - P_a A_e \quad (3.5)$$

发动机通常是轴对称体，作用力轴对称，只剩轴向力。标量表示：

$$F = \dot{m}(u_{ex} - u_{in}) + A_e (P_e - P_a)$$

令  $u_e = (u_{ex} - u_{in})$ ：喷管出口截面气体的喷气相对速度；

发动机产生的作用力为：

$$F = \dot{m}u_e + A_e (P_e - P_a) \quad (3.6)$$

$$F = \dot{m}u_e + A_e (P_e - P_a)$$

### 3.1.1. 有关推力的讨论

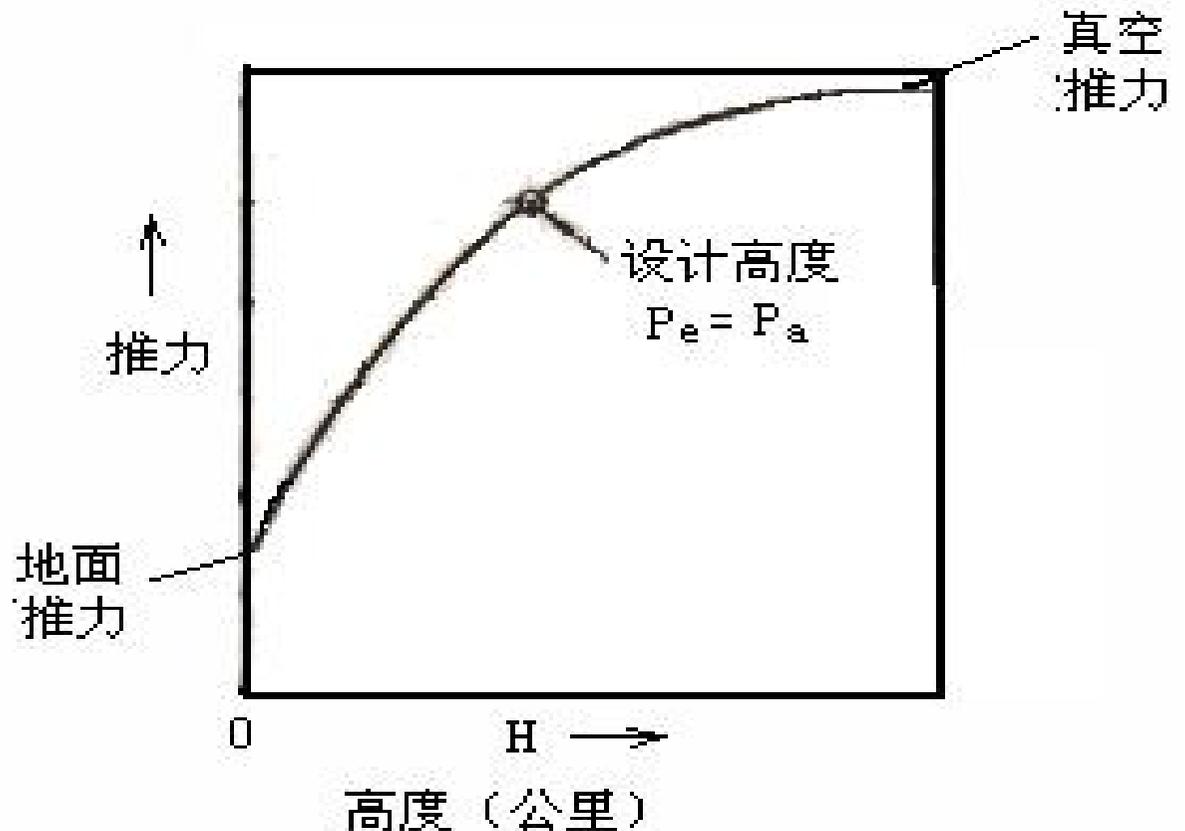
(1) 第一项  $\dot{m}u_e$ ：是**动量推力** (momentum thrust)

- 其大小取决于气体的质量流率和喷气速度的乘积；
- 是推力的主要组成部分，占总推力的 90%以上；
- 设计中常选用高能推进剂，以达到更大的喷气速度；
- 改变喷管的质量流率，以满足发动机的推力技术要求。

(2) 第二项  $A_e (P_e - P_a)$ ：是**压强推力** (pressure thrust)，也称静推力。

- 由于喷管出口截面处气体静压强  $P_e$  与外界大气静压强  $P_a$  不一致而产生的，其大小取决于两者的压强差和喷管出口截面的尺寸。

- 不一致的程度与发动机喷管的工作状态有关（喷管的工作状态分为设计状态或完全膨胀状态、欠膨胀工作状态和过膨胀工作状态）；
- 对于喷管尺寸已确定的发动机，则与发动机的工作高度有关
- 在某一个高度下，有  $P_e = P_a$ （正比  $\exp(-kH)$ ），这个高度就是该喷管的设计高度。  
 (3) 发动机的推力与飞行器的飞行速度  $V$  无关。



## 3.1.2. 有关推力的几个代表量

**特征推力：**称  $P_e=P_a$  的状态为设计状态，该状态下的发动机推力为特征推力或发动机设计状态推力（也称最佳推力），即：

$$F_{\text{特征}} = \dot{m}u_e \quad (3.7)$$

**真空推力：**

发动机在真空环境下工作时的推力称为真空推力。发动机推力达到了最大值

$$F_v = \dot{m}u_e + P_e A_e \quad (3.8)$$

**海平面推力：**发动机在海平面条件下工作时的推力称为海平面推力。

$$F_0 = \dot{m}u_e + A_e (P_e - 0.1013 \times 10^6 Pa) \quad (3.9)$$

**等效喷气速度：**  $u_{ef} = u_e + (P_e - P_a)A_e / \dot{m}$

$$F = \dot{m}u_{ef} \quad (3.10)$$

**思考题：**某发动机质量流率  $0.001\text{kg/s}$ ，喷气速度  $2000\text{m/s}$ ，出口面积  $0.0001\text{m}^2$ ，出口压强  $0.01\text{Mpa}$ ，求实验室推力、特征推力、真空推力、等效喷气速度

## 3.2. 理想发动机热力学

$$F = \dot{m}u_e + A_e (P_e - P_a)$$

(3.11)

需设计求解各项参数

七个假设的定义，称为**理论性能**

- 1) 推进剂在整个喷管中均质且守恒。
- 2) 推进气体遵循理想气体方程。
- 3) 喷管壁没有摩擦，没有边界层。
- 4) 在喷管壁没有热量转移
- 5) 气体流动稳定且定常
- 6) 所有气体沿轴向离开发动机
- 7) 在通过喷管坐标系任意部分时，气体速度统一。

假设 3,4,6,7 使用一维等熵膨胀关系。

假设 1 定义了冻结平衡的条件。气体组成循环平衡。

## 基本方程

$h$  为单位质量的焓,  $u$  为速度,  $P$  为压强

$A$  为面积,  $\rho$  为密度,  $V$  为体积

$M$  为气体的平均摩尔质量,  $m$  为气体质量

$R$  为气体常数,  $R_0$  为摩尔气体常数,  $8.314\text{J}/(\text{mol K})$ 。

$R=R_0/M$ ,  $1\text{mol}=6.0277\text{E}23$ ,  $0.012\text{kg}$  ( $\text{C}^{12}$ ),  $22.414\text{L}/\text{mol}$  ( $0^\circ\text{C}$ ,  $1\text{atm}$ )

(1) 单位质量能量守恒方程 (对于绝热流动):

$$h + 0.5u^2 = C$$

(2) 质量守恒方程 (稳态流动, 质量动态平衡):

$$\dot{m} = \rho u A = c$$

(3) 动量方程:

$$\rho u du + dP = 0, \text{ 流线方程 } P + 0.5\rho u^2 + \rho gh = C$$

(4) 理想气体状态方程:

$$PV = nR_0T = (m/M)R_0T = m(R_0/M)T = mRT$$

$$P = \rho RT$$

(5) 等熵方程:

$$PV^k = c, \quad P = c\rho^k, \quad T = cP^{\frac{k-1}{k}}$$

$$pV^k = (pV)^k p^{1-k} = (mRT)^k / p^{k-1} = C$$

### 基本参数

理想气体的等压比热容  $c_p$ 、等容比热容  $c_v$  为常数。

比热比:  $k = c_p / c_v, \quad k \approx (n + 2) / n$

	$C_p$	$C_v$	$k$
氧气	909	649	1.400616333
氢气	14050	9934	1.414334608
水蒸汽	1842	1381	1.333816075
氮气	1038	741	1.400809717

焓（单位质量）： $h = c_p T = U + PV = c_v T + PV$

滞止焓（总焓，单位质量）： $h_0 = h + 0.5u^2$

迈耶方程： $R = c_p - c_v$

$$mc_p dT = mc_v dT + PdV = mc_v dT + mRdT$$

等压比热： $c_p = Rk/(k-1)$

滞止温度（总温）： $T_0 = T + 0.5u^2 / c_p$

$$T_0 = T + 0.5u^2 / c_p = T + 0.5u^2 \frac{k-1}{kR}$$

$$T_0 = T[1 + 0.5M_a^2(k-1)]$$

声速:

$$a = \sqrt{dP / d\rho} = \sqrt{kRT}$$

$$dP / d\rho = ck\rho^{k-1} = k(P / \rho^k)\rho^{k-1} = k(\rho RT / \rho^k)\rho^{k-1} = kRT$$

滞止声速:

$$a_0 = \sqrt{dP_0 / d\rho} = \sqrt{kRT_0}$$

马赫数:

$$M_a = u / a$$

滞止压强 (总压):

$$P_0 = P[1 + 0.5(k-1)M_a^2]^{\frac{k}{k-1}}, \text{ 利用 } T = cP^{\frac{k-1}{k}}$$

滞止密度:

$$\rho_0 = \rho[1 + 0.5(k-1)M_a^2]^{\frac{1}{k-1}}, \text{ 利用 } P = c\rho^k$$

## 3.2.1. 喷气速度的计算公式

根据能量守恒方程，因此有：

$$h_c + 0.5u_c^2 = h_e + 0.5u_e^2 \quad (3.12)$$

$h = c_p T$ ，写为：

$$c_p T_c + 0.5u_c^2 = c_p T_e + 0.5u_e^2$$

设发动机燃烧室  $u_c \approx 0$ ，此时  $T_c$  称为滞止温度，速度写为：

$$u_e = \sqrt{2c_p (T_c - T_e)} = \sqrt{2c_p T_c (1 - T_e/T_c)} \quad (3.13)$$

由于在发动机工作过程中，气体温度难以测量  
对于等熵流动，有：

$$T = cP^{\frac{k-1}{k}} \quad c_p = Rk/(k-1)$$

将以上两式代入 (3.13) 式, 得理想喷气速度的计算式为:

$$u_e = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{R_0}{M} T_c \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R T_c \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (3.14)$$

### 3.2.2. 影响喷气速度的因素

由 (3.14) 式可见, 影响喷气速度的因素来自两个方面:

- 受推进剂性能参数的影响 (表现在  $M, k, T_c$ )
- 受喷管膨胀压强比  $P_e/P_c$  的影响。

若要增大喷气速度, 采取措施:

1. 采用气体分子量小的高能推进剂。

可以提高气体常数  $R$  ( $R_0/M$ ) 和温度  $T_c$ , 从而使  $u_e$  增大; 但  $T_c$  过高会使发动机壳体受热严重。

2. 减小比热比  $k$ , 但影响不大。

3. 减小膨胀压强比  $P_e/P_c$ 。膨胀越充分、热能转换成动能越多, 使速度增大。

### 3.2.3. 极限喷气速度

对于等熵流动，有：

$$T_e/T_c = (P_e/P_c)^{\frac{k-1}{k}}$$

$P_e=0$  时， $T_e=0$ ，所有的热能都转换成了动能，喷气速度达到了最大值  $u_L$ ，称为**极限喷气速度**。即：

$$u_L = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{R_0}{M} T_c} \quad (3.15)$$

喷气速度永远达不到极限喷气速度，喷气速度与极限喷气速度的比值为：

$$\frac{u_e}{u_L} = \sqrt{1 - (P_e/P_c)^{\frac{k-1}{k}}}$$

这里  $1 - (P_e/P_c)^{(k-1)/k} < 1$ ，喷管的热效率，一般在 0.65~0.75 之间。

### 3.2.4. 喷管的质量流率、流率系数和特征速度

喷管的质量流率  $\dot{m}$  就是推进剂的消耗率  $\dot{m}_b$ 。

根据质量守恒方程，取喷管喉部截面为基准面，则质量流率：

$$\dot{m} = \rho u A = \rho_t u_t A_t \quad (3.16)$$

式中的下标 t 表示喷管的喉部截面。

任一截面上的气体流速为：

$$u = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[ 1 - \left( P / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

在等熵流动中，有： $\rho = \left( P / P_c \right)^{\frac{1}{k}} \rho_c$ ，同时  $P = \rho RT$

质量流率：

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \rho u A = A (P / P_c)^{\frac{1}{k}} \rho_c \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[ 1 - (P / P_c)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \\ &= A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \rho_c P_c \left[ (P / P_c)^{\frac{2}{k}} - (P / P_c)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \end{aligned} \quad (3.17)$$

通过喷管任一截面上的质量流率是相同的

在喷管喉部截面上使  $\dot{m} / A$  值最大。即：

$$\frac{\dot{m}}{A_t} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \rho_c P_c \left[ (P_t / P_c)^{\frac{2}{k}} - (P_t / P_c)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \rightarrow \max$$

此时称为**临界状态**，求上式的最大值，则可推出：

$$f(x) = \sqrt{2k / (k-1) \rho_c P_c (x^{2/k} - x^{(k+1)/k})} \rightarrow \max$$

$$f^2(x) = N(x^{2/k} - x^{(k+1)/k}) \rightarrow \max$$

获得临界压强比：
$$P_t/P_c = \left[2/(k+1)\right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.18)$$

根据等熵流动过程方程：

$$\frac{T}{T_c} = \left(\frac{P}{P_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad \frac{\rho}{\rho_c} = \left(\frac{P}{P_c}\right)^{\frac{1}{k}} \xrightarrow{\text{临界条件}} T_t = \frac{2}{k+1} T_c, \quad \rho_t = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \rho_c,$$

将 (3.18) 式代入流速公式中，可得出喷管喉部截面处的气体流速为声速：

$$u_t = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[1 - \left(P_t/P_c\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_c} = \sqrt{kRT_t} \quad (3.19)$$

代入  $\dot{m} = \rho_t u_t A_t$  中，并利用状态方程  $P_c = \rho_c RT_c$ ，则有

$$\dot{m} = \rho_t u_t A_t = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \rho_c \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_c} \cdot A_t = P_c \frac{1}{\sqrt{RT_c}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \cdot A_t$$

令： $\Gamma(k)$ 是一个只与比热比  $k$  有关的单值函数。

$$\Gamma(k) = \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}} = \sqrt{k} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(2(k-1))} \quad (3.20)$$

$k$	$\Gamma$		$k$	$\Gamma$
1.2	0.649		1.36	0.677885
1.22	0.652		1.38	0.681331
1.24	0.656		1.4	0.684731
1.26	0.66		1.42	0.688087
1.28	0.664		1.44	0.691399
1.3	0.667		1.46	0.694669
1.32	0.671		1.48	0.697897
1.34	0.674		1.5	0.701085

可得质量流率：

$$\dot{m} = \Gamma P_c A_t / \sqrt{RT_c} \quad (3.21)$$

定义：流率系数  $C_D$ ：

$$C_D = \Gamma / \sqrt{RT_c} \quad (3.22)$$

$$\dot{m} = C_D P_c A_t \quad (3.23)$$

注意：只有在喷管喉部达到临界状态时才成立。

在发动机中，经常用特征速度  $c^*$  来代替流率系数  $C_D$ ：

$$\dot{m} = P_c A_t / c^* \quad (3.24)$$

$$c^* = 1 / C_D = \sqrt{RT_c} / \Gamma \quad (3.25)$$

根据特征速度的定义及计算公式，可知：

1. 是一个假想的速度，具有和速度相同的量纲  $m/s$ ，表示了燃烧产物的热力学性质对喷管质量流率的影响。
2. 是表征推进剂能量的性能参数，其大小取决于燃烧产物的温度、燃烧产物的平均摩尔质量和比热比。

## 3.2.5. 推力系数

已知发动机推力公式为：

$$F = \dot{m}u_e + A_e(P_e - P_a)$$

质量流率  $\dot{m} = \Gamma P_c A_t / \sqrt{RT_c}$  和

喷气速度  $u_e = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[ 1 - (P_e/P_c)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$  分别代入，则推力公式变为：

$$F = P_c A_t \left[ \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - (P_e/P_c)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left( \frac{P_e}{P_c} - \frac{P_a}{P_c} \right) \right]$$

由此可见，推力与  $P_c$  和  $A_t$  的乘积成正比，定义推力系数  $C_F$ ：

$$C_F = \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left( \frac{P_e}{P_c} - \frac{P_a}{P_c} \right) \quad (3.26)$$

$$C_F = \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \left( \frac{P_e - P_a}{P_c} \right) \frac{A_e}{A_t}$$

推力计算式:

$$F = C_F P_c A_t \quad (3.27)$$

推力系数:

$$C_F = F / (P_c A_t) \quad (3.28)$$

推力系数代表了单位喷喉面积上单位燃烧室压强所能产生的推力  
是表示发动机喷管性能的参数

是比热比  $k$ 、喷管膨胀压强比( $P_e/P_c$ )和喷管扩张面积比( $A_e/A_t$ )的函数

表征了气体在喷管中膨胀的程度, 即:  $C_F$  越大, 则说明气体在喷管中膨胀越充分, 将热能更充分的转换为动能。

## 3.2.6. 膨胀压强比与扩张面积比

假设超声速喷管，喷管内不产生激波和气流分离现象  
根据质量守恒原理，喷管中任一截面上的质量流率是相同的：

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2 = \rho_t u_t A_t = \dot{m}$$

下标 1、2 表示喷管中任意两截面，t 表示喷管喉部截面。  
对喷管的喉部截面 t-t 和出口截面 e-e，有：

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{\rho_t u_t}{\rho_e u_e} \quad (3.29)$$

将等熵流动关系

$$\rho_t = \rho_c \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad \rho_e = \rho_c \left( P_e / P_c \right)^{\frac{1}{k}},$$

$$u_t = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_c} \quad \text{和} \quad u_e = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

$$\Gamma(k) = \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}}$$

代入 (3.29) 式，则有喷管扩张面积比与喷管膨胀压强比的关系为：

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\left( P_e / P_c \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}} \quad (3.30)$$

式中的  $\Gamma$  与 (3.20) 相同。

以喷管任一截面的面积和压强替代喷管出口截面积和压强，即：

$$\frac{A}{A_t} = \frac{\Gamma}{\left( P / P_c \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( P / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}} , \quad \frac{u}{u_t} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left[ 1 - \left( P / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (3.31)$$

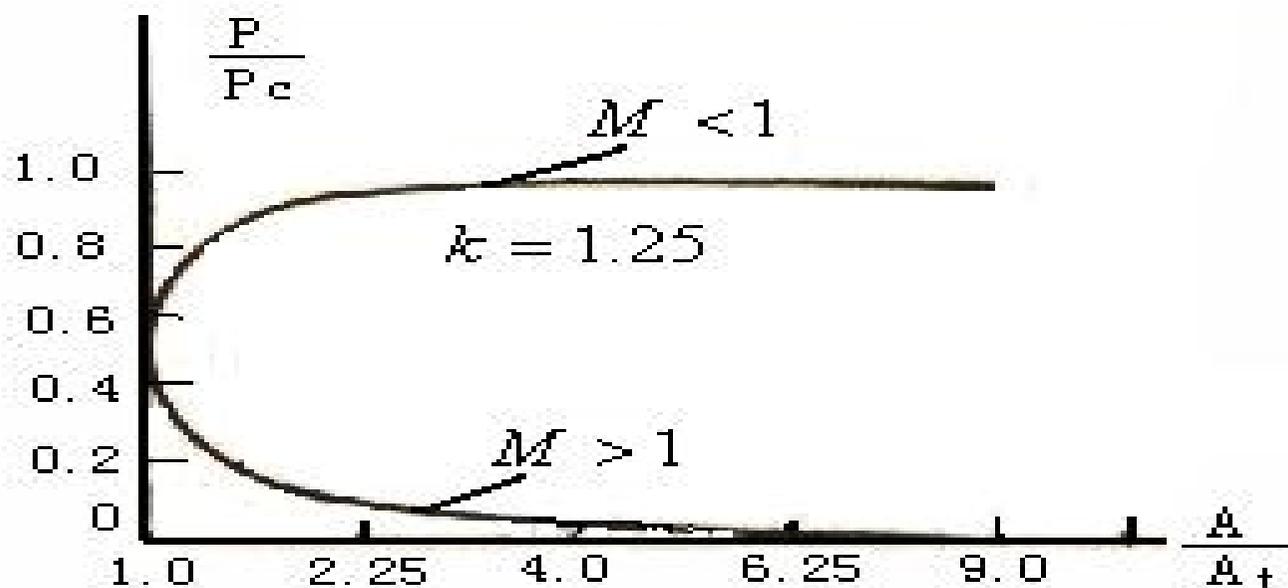


图  $A/A_t$  与  $P/P_c$  的关系曲线 (Laval nozzle)

1. 面积比是压强比的单值函数，压强比是面积比的双值函数。

- 压强比的较大值对应的是亚声速情况（即喷管收敛段）；
- 压强比的较小值对应的是超声速情况（即喷管的扩张段）。

2. 压强减小，速度增加

- 在喷管的亚声速段，亚声速气流在收缩管内是加速流动
- 在喷管的超声速段，超声速气流在扩张管内是加速流动

声速:

$$dP = a^2 d\rho$$

动量方程:

$$\begin{aligned}\rho u du + dP &= 0 \Rightarrow \rho u du + a^2 d\rho = 0 \\ \Rightarrow M_a^2 du / u + d\rho / \rho &= 0\end{aligned}$$

质量守恒:

$$\begin{aligned}d\dot{m} = d\rho / \rho + du / u + dA / A &= 0 \\ \Rightarrow -M_a^2 du / u + du / u + dA / A &= 0 \\ \Rightarrow dA / A = (M_a^2 - 1) du / u\end{aligned}$$

## 3.2.7. 真空推力系数与特征推力系数

由真空推力所对应的推力系数称为**真空推力系数**，用符号  $C_{F_V}$  表示：

$$C_{F_V} = \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left( \frac{P_e}{P_c} \right) \quad (3.32)$$

由特征推力所对应的推力系数，称为**特征推力系数**，用符号  $C_F^0$  表示：

$$C_F^0 = \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (3.33)$$

$$C_F = C_{F_V} - (A_e / A_t) (P_a / P_c) \quad (3.34)$$

$$C_F = C_F^0 + (A_e / A_t) (P_e / P_c - P_a / P_c) \quad (3.35)$$

## 3.2.8. 推力系数的变化规律

$$C_F = C_F^0 + (A_e/A_t)(P_e/P_c - P_a/P_c)$$

当  $k$  和  $P_c/P_a$  一定时，随着喷管扩张面积比的增大， $C_F$  先增后减，有最大值。

发动机工作在一定高度时（ $P_c/P_a$  一定）喷管工作状态从欠膨胀（ $P_e > P_a$ ）到完全膨胀状态（ $P_e = P_a$ ）再到过膨胀状态（ $P_e < P_a$ ）的变化。

喷管在完全膨胀状态时，推力系数最大，特征推力系数  $C_F^0$ ，特征推力。

当  $k$  和  $A_e/A_t$  一定时， $C_F$  随着  $P_c/P_a$  的增加而增大，工作高度的增加而增大。当  $P_a=0$  时， $C_F$  达到最大值，真空推力系数  $C_{F_V}$ ，真空推力  $F_V$ 。

当  $k$  和  $P_c/P_a$  一定、喷管过膨胀状态严重到一定程度时，曲线不再向右延伸了，适用范围受到了限制。出现激波或流动分离现象，使实际的喷管出口截面积与喷管几何结构上的出口截面积不一致，当  $P_e/P_a < 0.4$  时，出现流动分离现象（逆流）。

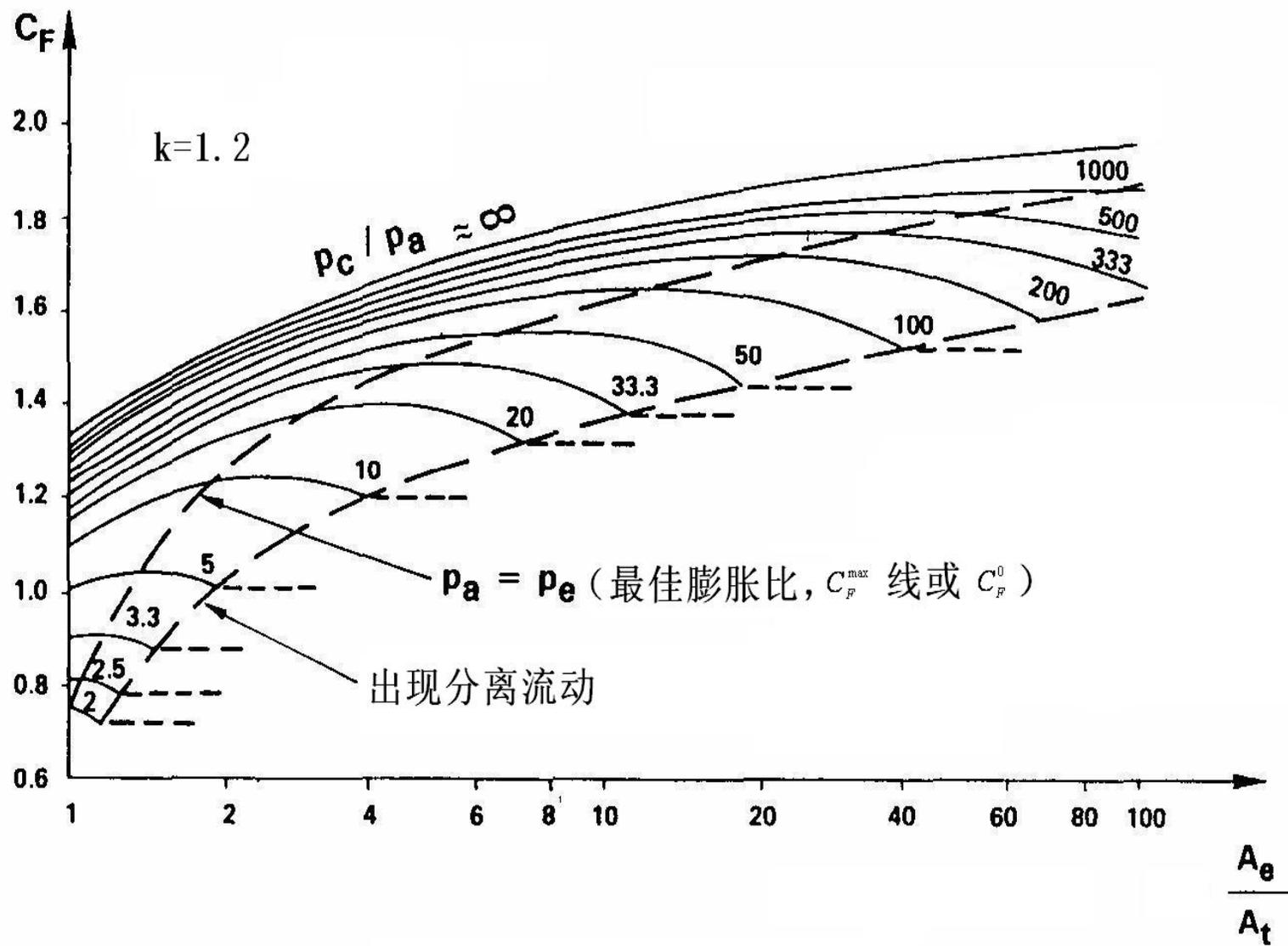


图 推力系数  $C_F$  与扩张比  $A_e / A_t$  的关系曲线 ( $k=1.2$ )

## 3.2.9. 有关最大推力系数和推大推力的讨论

问题：给定燃烧室压强  $P_c$ 、喷管喉部面积  $A_t$ ，并规定发动机的工作高度，那么设计多大的喷管扩张面积比  $A_e/A_t$ ，才能获得最大的推力  $F_{max}$ ？

当发动机的工作高度一定时，喷管的工作状态分为完全膨胀（亦称设计状态）、欠膨胀和过膨胀三种状态。

由  $C_F$  的变化规律可知，当喷管工作在完全膨胀状态时， $C_F$  最大。

而  $F = C_F P_c A_t$ ，在  $P_c$ 、 $A_t$  一定时， $C_F$  最大，则推力也最大。

喷管完全膨胀状态所对应的面积比  $A_e/A_t$ ，就是要设计的最佳面积比，此时，发动机产生的推力最大、推力系数也最大。

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\left(P_a/P_c\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[1 - \left(P_a/P_c\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}}$$

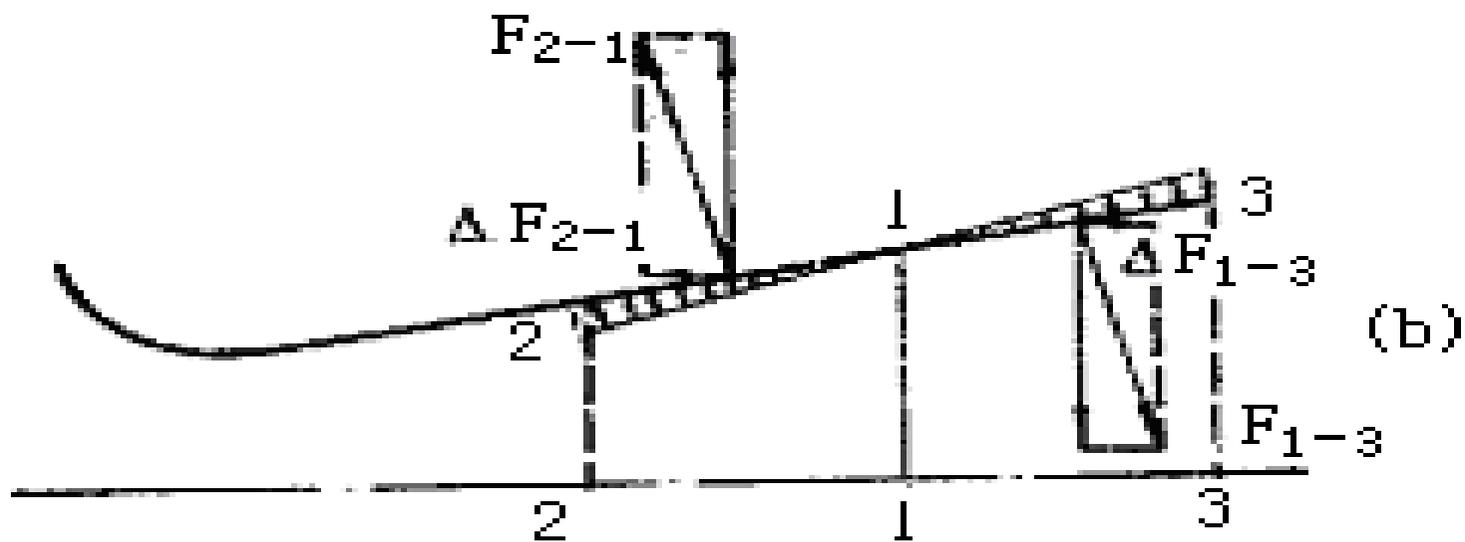
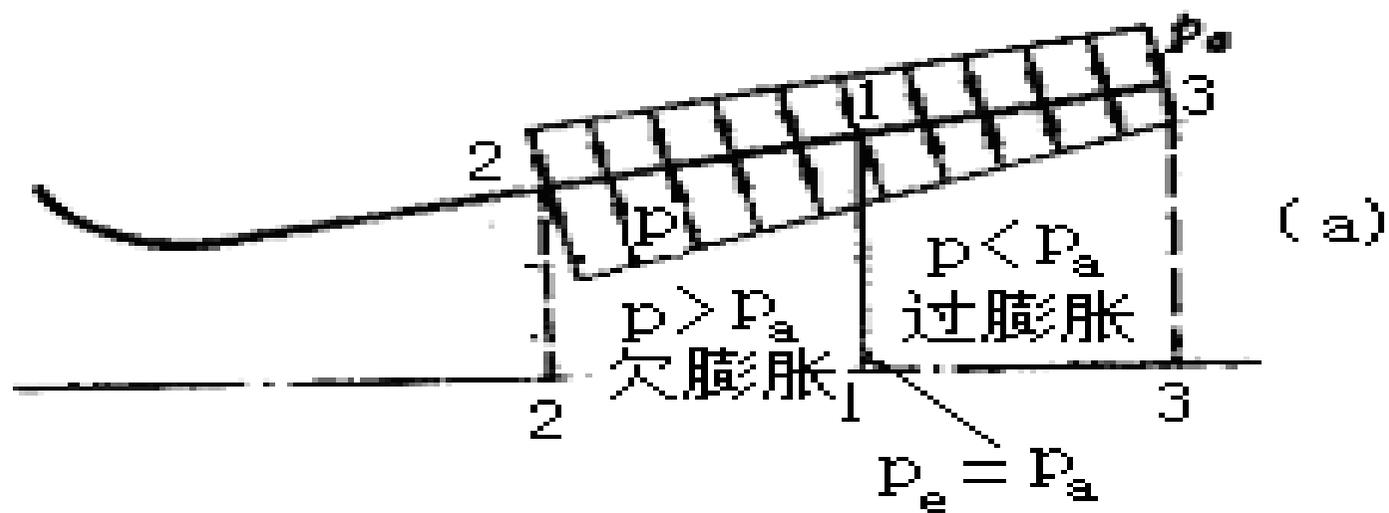


图 喷管工作状态对推力的影响

## 3.2.10. 总冲

发动机推力是随时间变化的。产生的冲量：

$$I = \int_0^{t_a} F(t) dt \quad (3.36)$$

在发动机稳定工作段，将发动机推力近似为常量：

$$I = Ft_a \quad (3.37)$$

工程应用中还定义了平均推力为：

$$\bar{F} = \frac{\int_0^{t_a} F(t) dt}{t_a} \quad (3.38)$$

由  $F = \dot{m}V_{ef}$  代入式，有：

$$I = \int_0^{t_a} \dot{m}V_{ef} dt \quad (3.39)$$

等效喷气速度  $u_{ef}$  可近似为常数：

$$I = u_{ef} \int_0^{t_a} \dot{m} dt = M_P u_{ef} \quad (3.40)$$

式中  $M_P$  为推进剂质量。

总冲的量纲为 **Ns** 或 **kgm/s**。

- 1、总冲综合反映了发动机的工作能力。
- 2、推进剂选定后，总冲的大小决定了发动机的尺寸大小。

## 3.2.11. 比冲

### 3.2.11.1. 比冲的定义及表达式

发动机的比冲是指燃烧一千克质量推进剂产生的冲量，用  $I_s$  或  $I_{sp}$  表示，即：

$$I_s = \frac{I}{M_P} = \frac{\int_0^{t_a} F(t) dt}{\int_0^{t_a} \dot{m} dt} = u_{ef} \quad (3.41)$$

比冲的量纲：在国际制中为 **Ns/kg**（或 **m/s**）；

在工程制中为秒（ $I_s = g I_{sp}$ ，**g** 重力加速度 **9.81m/s<sup>2</sup>**）。

如果在发动机的工作时间内推力和质量流率不变，则式（3.41）可改写为：

$$I_s = \frac{I}{M_P} = \frac{F t_a}{\dot{m} t_a} = \frac{F}{\dot{m}} = F_s \quad (3.42)$$

比冲的含义变为每秒钟消耗一千克质量的推进剂所产生的推力，称之为比推力，用符号  $F_s$  表示。

## 3.2.11.2. 比冲的物理意义

将推力公式  $F = C_F P_c A_t$  和流率公式  $\dot{m} = P_c A_t / c^*$  代入公式 (3.42) 中, 则有:

$$I_s = C_F c^* \quad (3.43)$$

发动机的比冲实质上不仅反映了推进剂的能量大小 (3.25), 而且反映了发动机工作过程中的能量转换效率 (3.26)。

$$c^* = 1 / C_D = \sqrt{RT_c} / \Gamma \quad C_F = \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left( \frac{P_e}{P_c} - \frac{P_a}{P_c} \right)$$

它是全面评定发动机工作质量的重要性能参数, 也是评定发动机设计水平的一个重要参数。

发动机的总冲一定, 比冲  $I_s$  越高, 意味着所需推进剂的质量  $M_P$  越少, 则相应的贮箱的尺寸和质量即可减小。

### 3.2.11.3. 影响比冲的因素：

影响比冲的因素概括起来有以下几点：

(1) 推进剂能量对比冲的影响。  $c^* = \sqrt{RT_c} / \Gamma$

(2) 喷管扩张面积比  $A_e / A_t$  (或膨胀压强比  $P_e / P_c$ ) 对比冲的影响。

$$C_F = \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( P_e / P_c \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left( \frac{P_e}{P_c} - \frac{P_a}{P_c} \right)$$

(3) 环境压强  $P_a$  对比冲的影响。

(4) 燃烧室压强  $P_c$  对比冲的影响。

(5) 推进剂初温  $T_i$  对比冲的影响。

### 3.2.11.4. 有关比冲的几个特征量：

**特征比冲**  $I_s^0$ ：特征比冲是发动机在设计状态 ( $P_e = P_a$ ) 下工作时的比冲，是该工作高度上发动机的最大比冲。即：

$$I_s^0 = \frac{\dot{m}u_e}{\dot{m}} = u_e \quad (3.44)$$

**真空比冲**  $I_{s,v}$ ：真空比冲是发动机在真空环境中工作时的比冲，即：

$$I_{s,v} = u_e + \frac{A_e P_e}{\dot{m}} \quad (3.45)$$

若发动机工作的设计状态就在真空中，此时  $P_e = P_a = 0$ （实际不可实现），则真空比冲达到最大值，即： $I_{s,v,\max} = u_L$ ， $u_L$  为极限排气速度。

### **推进剂比冲：**

发动机的比冲不但与推进剂的性能（如气体比热比、气体温度等）有关，而且也与发动机的结构和工作条件（如  $P_c$ 、喷管扩张比  $A_e/A_t$ 、发动机的工作高度  $P_a$  等）有关。

推进剂比冲是采用某种标准发动机结构在地面试车时测得的发动机比冲。

推进剂比冲主要用于评价和比较各种推进剂的性能。

$$F = \dot{m}u_e + A_e (P_e - P_a) = \dot{m}u_{ef}$$

$$u_e = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{R_0}{M} T_c \left[ 1 - \left( \frac{P_e}{P_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

$$\dot{m} = P_c A_t \frac{1}{\sqrt{RT_c}} \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}, \quad \dot{m} = \Gamma P_c A_t / \sqrt{RT_c}, \quad \dot{m} = C_D P_c A_t, \quad \dot{m} = P_c A_t / c^*$$

$$F = P_c A_t \left[ \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_e}{P_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left( \frac{P_e}{P_c} - \frac{P_a}{P_c} \right) \right], \quad F = C_F P_c A_t$$

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\left( \frac{P_e}{P_c} \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_e}{P_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}}$$

$$I = Ft_a, \quad I = M_P u_{ef}, \quad I_s = \frac{I}{M_P} = \frac{F}{\dot{m}} = F_s, \quad I_s = C_F c^*$$

# 习题

1 一个坐在船上的人向后投掷砖头，每块砖头重 5kg；此人以 32m/s 的速度每分钟掷出六块砖头。问，他的推力和比冲？

2 如果一个推进系统的推进剂流速是 0.25kg/s，推力是 500N，问比冲是多少？

3 海平面处的发动机有如下参数， $F=95\text{N}$ ；比冲=235s；喉部面积=0.00248m<sup>2</sup>；截面积比=80 问，真空环境下的推力和比冲。

4 发动机的特性： $F=18.67\text{ N}$ ； $P_c=9.7\text{Mpa}$ ； $A_t=0.00118\text{ m}^2$ ；比冲  $I_{sp}=289\text{s}$ ；截面积比=40 推力和比冲  $I_{sp}$  是在一个周围环境压强是 0.0282 Mpa 的实验舱测得的。那么这个发动机在真空中的推力和  $I_{sp}$  是多少？真空推力系数是多少？

5 一个面积比是 50，在真空中的发动机，其燃烧室的温度是 1850 C，比热容比是  $k=1.27$ ，相对分子质量是 14，压强比  $P_c/P_e$  是 845。那么理论的比冲  $I_{sp}$ ， $C^*$ ， $C_f$  和排气速度是多少？此发动机所期望的实际的比冲是多少？

6 如果发动机的推力系数是 1.75，特征速度是 790 m/s，那么比冲是多少？

7 发动机的喉部面积是 0.00768m<sup>2</sup>，燃烧室压强是 3Mpa，稳态推进剂流量是 2.10kg/s，真空推力系数是 1.81。此发动机的稳态真空比冲是多少？稳态真空推力是多少？

8 证明

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{M_x}{M_y} \sqrt{\left\{ \frac{1 + [(k-1)/2]M_y^2}{1 + [(k-1)/2]M_x^2} \right\}^{(k+1)/(k-1)}}$$

## 焓

热力学中表征物质系统能量的一个重要状态参量，常用符号  $H$  表示。对一定质量的物质，焓定义为  $H=U+pV$ ，式中  $U$  为物质的内能， $p$  为压力， $V$  为体积。单位质量物质的焓称为比焓，表示为  $h=u+p/\rho$ ， $u$  为单位质量物质的内能(称为比内能)， $\rho$  为密度， $1/\rho$  为单位质量物质的体积。焓具有能量的量纲，一定质量的物质按定压可逆过程由一种状态变为另一种状态，焓的增量便等于在此过程中吸入的热量。

中文名

焓

外文名

enthalpy

别 称

热焓、热容量、热函数等

表达式

$$H=U+pV$$

应用学科

工程热力学

适用领域范围

热力学

释 义

单位质量的物质所含的全部热能。

### 理论诠释

气体的内能是气体分子微观运动的动能，其中包括分子的平移动能，分子转动动能和分子内部的振动以及离解等。单原子气体分子只有平移动能，多原子气体分子除具有平移动能外，还有转动和振动能。在热力学温度 1500 开以下，振动和离解能可忽略不计，气体内能只包括平移动能和转动能。这两部分能量在理论上都正比于热力学温度  $T$ 。对于完气体(在常温常压下，空气与完全气体很相近)，定压比热  $c_p$  视为常数，单位质量气体的始等于  $c_p$  和气体热力学温度  $T$  的乘积，即  $h=c_p T$ 。实验测定实际气体的  $c_p$  同  $T$  和  $p$  都有关系，温度的影响比压强要大一些，但影响都不很大。在理论和工程计算中， $c_p$  常被看成常数。在温度不太高（如一般热机和超声速飞机所达到的温度），空气的  $c_p$  值通常取为 1004.6 焦耳/千克·开）。

在气流问题中，气体的比焓等于气体内能和流动功之和， $p/\rho$  等于单位质量流体流进某流管截面时反抗压力所作的功(即流动功)。单位质量气体的总能量等于比焓与宏观流动动能之和，称为总比焓，通常以  $h_*$  表示。在与外界没有能量交换的气流中，沿流管气体的总比焓不变，即为  $h_0(=h+\frac{1}{2}v^2)$  常值。

## 热力学定律

热力学定律是描述物理学中热学规律的定律，包括热力学第零定律、热力学第一定律、热力学第二定律和热力学第三定律。其中热力学第零定

律又叫热平衡定律，这是因为热力学第一、第二定律发现后才认识到这一规律的重要性；热力学第一定律即能量守恒定律；热力学第二定律有多种表述，也叫熵增加原理。

中文名

热力学定律

表达式

$$dQ=dU+dA$$

提出者

范霍夫

应用学科

化学动力学

### 热力学定律发现理论

1901年，范霍夫因发现化学动力学定律和渗透压，提出了化学反应热力学动态平衡原理，获第一个化学奖。

1906年能斯特提出了热力学第三定律，认为通过任何有限个步骤都不可能达到绝对零度。这个理论在生产实践中得到广泛应用，因此获1920年化学奖。

1931年翁萨格发表论文“不可逆过程的倒数关系”，阐明了关于不可逆反应过程中电压与热量之间的关系。对热力学理论作出了突破性贡献。这一重要发现放置了20年，后又重新被认识。1968年获化学奖。

1950年代，普利戈金提出了著名的耗散结构理论。1977年，他因此获化学奖。这一理论是当代热力学理论发展上具有重要意义的大事。它的影响涉及化学、物理、生物学等广泛领域，为我们理解生命过程等复杂现象提供了新的启示。

### 热力学定律第零定律

如果两个热力学系统中的每一个都与第三个热力学系统处于热平衡(温度相同)，则它们彼此也必定处于热平衡。这一结论称做“热力学第零定律”。

热力学第零定律的重要性在于它给出了温度的定义和温度的测量方法。

定律中所说的热力学系统是指由大量分子、原子组成的物体或物体系。它为建立温度概念提供了实验基础。这个定律反映出：处在同一热平衡状态的所有的热力学系统都具有一个共同的宏观特征，这一特征是由这些互为热平衡系统的状态所决定的一个数值相等的状态函数，这个状态函数被定义为温度。而温度相等是热平衡之必要的条件。

热力学中以热平衡概念为基础对温度作出定义的定律，通常表述为：与第三个系统处于热平衡状态的两个系统之间，必定处于热平衡状态。

### 热力学定律第一定律

#### 基本内容

能量是永恒的，他不会被谁制造出来，也不会被谁消灭。但是热能可以给动能提供动力，而动能还能够再转化成热能。

普遍的能量转化和守恒定律在一切涉及热现象的宏观过程中的具体表现。热力学的基本定律之一。

表征热力学系统能量的是内能。通过做功和传热，系统与外界交换能量，使内能有所变化。根据普遍的**能量守恒定律**，系统由初态 I 经过任意

过程到达终态 II 后，内能的增量  $\Delta U$  应等于在此过程中外界对系统传递的热量  $Q$  和系统对外界作功  $A$  之差，即  $U_{II} - U_I = \Delta U = Q - A$  或  $Q = \Delta U + A$  这就是**热力学第一定律**的表达式。如果除作功、传热外，还有因物质从外界进入系统而带入的能量  $Z$ ，则应为  $\Delta U = Q - A + Z$ 。当然，上述  $\Delta U$ 、 $A$ 、 $Q$ 、 $Z$  均可正可负。

### 热力学第一定律的微分表达式

$dQ = dU + dA$  因  $U$  是态函数， $dU$  是全微分； $Q$ 、 $A$  是过程量， $dQ$  和  $dA$  只表示微小量并非全微分，用符号  $d$  以示区别。又因  $\Delta U$  或  $dU$  只涉及初、终态，只要求系统初、终态是平衡态，与中间状态是否平衡态无关。

热力学第一定律的另一种表述是：**第一类永动机**是不可能造成的。这是许多人幻想制造的能不断地作功而无需任何燃料和动力的机器，是能够无中生有、源源不断提供能量的机器。显然，第一类永动机违背了能量守恒定律。

### 热力学定律第二定律

热永远只能由热处传到冷处（在自然状态下）。<sup>[1]</sup>

### 熵及熵增原理

克劳修斯首次从宏观角度提出熵概念( $S=Q/T$ )，而后波尔兹曼又从**微观**角度提出熵概念( $S=k\ln W$ )，其两者是相通的，近代的普里戈金提出了耗散结构理论，将熵理论中引进了熵流的概念，阐述了系统内如果流出的熵流( $dS_e$ )大于熵产生( $dS_i$ )时，可以导致系统内熵减少，即  $dS = dS_i + dS_e < 0$ ，这种情形应称为相对熵减。但是，若把系统内外一并考察仍然服从熵增原理。

熵增原理最经典的表述是：“绝热系统的熵永不减少”，近代人们又把这个表述推广为“在孤立系统内，任何变化不可能导致熵的减少”。熵增原理如同能量守恒定律一样，要求每时每刻都成立。关于系统有四种说法，分别叫孤立、封闭、开放和绝热系统，孤立系统是指那些与外界环境既没有物质也没有能量交换的系统，或者是系统内部以及与之有联系的外部两者总和，封闭系统是指那些与外界环境有能量交换，但没有物质交换的系统，开放系统是指与外界既有能量又有物质交换的系统，而绝热系统是指既没有粒子交换也没有热能交换，但有非热能如电能、机械能等的交换。

### 热力学定律第三定律

你无法在低于-273.15 摄氏度的温度下变得更冷——这一温度被称为绝对零度。科学家们说，当温度处在这个温度时，就没有温度了。

第二定律告诉我们，得有温度更低的东西才能使热量转移，所以，在绝对零度，你不能让任何东西变得更冷。

热力学第三定律：纯物质，完美晶体，0K 时的熵为零，即：

$$S^*(0K, \text{完美晶体}) = 0$$

### 熵

热力学中表征物质状态的参量之一，通常用符号  $S$  表示。

中文名

熵

外文名

## entropy

在经典热力学中，可用增量定义为

$$dS = \left( \frac{dQ}{T} \right)_{\text{可逆}},$$

式中  $T$  为物质的热力学温度； $dQ$  为熵增过程中加入物质的热量，下标“可逆”表示加热过程所引起的变化过程是可逆的。若过程是不可逆的，则  $dS > (dQ/T)_{\text{不可逆}}$ 。单位质量物质的熵称为比熵，记为  $S$ 。熵最初是根据热力学第二定律引出的一个反映自发过程不可逆性的物质状态参量。热力学第二定律是根据大量观察结果总结出来的规律，有下述表述方式：①热量总是从高温物体传到低温物体，不可能作相反的传递而不引起其他的变化；②功可以全部转化为热，但任何热机不能全部地，连续不断地把所接受的热量转变为功（即无法制造第二类永动机）；③在孤立系统中，实际发生过程，总使整个系统的熵值增大，此即熵增原理。摩擦使一部分机械能不可逆地转变为热，使熵增加。热量  $dQ$  由高温 ( $T_1$ ) 物体传至低温 ( $T_2$ ) 物体，高温物体的熵减少  $dS_1 = dQ/T_1$ ，低温物体的熵增加  $dS_2 = dQ/T_2$ ，把两个物体合起来当成一个系统来看，熵的变化是  $dS = dS_2 - dS_1 > 0$ ，即熵是增加的。

### 理想气体状态方程

理想气体状态方程，又称理想气体定律、普适气体定律，是描述理想气体在处于平衡态时，压强、体积、物质的量、温度间关系的状态方程。它建立在玻义耳-马略特定律、查理定律、盖-吕萨克定律等经验定律上。

其方程为  $pV = nRT$ 。这个方程有 4 个变量： $p$  是指理想气体的压强， $V$  为理想气体的体积， $n$  表示气体物质的量，而  $T$  则表示理想气体的热力学温度；还有一个常量： $R$  为理想气体常数。可以看出，此方程的变量很多。因此此方程以其变量多、适用范围广而著称，对常温常压下的空气也近似地适用。<sup>[1]</sup>

值得注意的是，把理想气体方程和克拉伯龙方程等效是不正确的。一般克拉伯龙方程是指描述相平衡的方程  $dp/dT = L/(T\Delta v)$ 。尽管理想气体定律是由克拉伯龙发现，但是国际上不把理想气体状态方程叫克拉伯龙方程。

中文名

理想气体状态方程

外文名

Ideal Gas Law

别称

理想气体定律

表达式

$$pV = (mRT/M) = nRT$$

提出者

克拉伯龙

提出时间

## 理想气体状态方程具体形式

理想气体状态方程  $pV = nRT$ ，描述理想气体状态变化规律的方程。由克拉伯龙于将玻意耳定律和盖-吕萨克定律合并起来。特此澄清一点，部分国内教材将理想气体状态方程和克拉伯龙方程画等号，这是不正确的。尽管理想气体状态方程是由克拉伯龙提出的，但是克拉伯龙方程所描述的是相平衡的物理量。国际惯例，将理想气体状态方程称为 State Equation of Ideal Gas 或者 Ideal Gas law，而克拉伯龙方程 Clapeyron Equation 的同义词是 Clausius-Clapeyron Relation 或者 Clapeyron Equation。大量百度知道和之前的百度百科混淆了这一点。

其状态参量压强  $p$ 、体积  $V$  和绝对温度  $T$  之间的函数关系

$$p = \frac{N}{V} \cdot \frac{R}{N_A} T = nkT$$

$$p = \frac{2}{3}n\bar{\epsilon}, \quad \text{其中} \quad \bar{\epsilon} = \frac{3}{2}kT$$

式中  $M$  和  $n$  分别是理想气体的摩尔质量和物质的量； $R$  是气体常量。 $p$  为理想气体压强，单位 Pa。 $V$  为气体体积，单位  $m^3$ 。 $n$  为气体的物质的量，单位 mol， $T$  为体系温度，单位 K。对于混合理想气体，其压强  $p$  是各组成部分的分压强  $p_1$ 、 $p_2$ 、……之和，故： $(p_1 + p_2 + \dots)V = (n_1 + n_2 + \dots)RT$ ，式中  $n_1$ 、 $n_2$ 、……是各组成部分的物质的量。

以上两式是理想气体和混合理想气体的状态方程，可由理想气体严格遵循的气体定律得出，也可根据理想气体的微观模型，由气体动理论导出。在压强为几个大气压以下时，各种实际气体近似遵循理想气体状态方程，压强越低，符合越好，在压强趋于零的极限下，严格遵循。

$R$  为比例系数，不同状况下数值有所不同，单位是  $J / (mol \cdot K)$ 。

$$\begin{aligned} R = \frac{pV}{nT} &= 8.31 Pa \cdot m^3 \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \\ &= 0.0831 bar \cdot dm^3 \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \\ &= 0.0831 bar \cdot dm^3 \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \\ &= 0.0821 atm \cdot L \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \\ &= 62.4 mmHg \cdot dm^3 \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \\ &= 8.317 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \\ &= 1.987 cal \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \end{aligned}$$

在摩尔表示的状态方程中， $R$  为比例常数，对任意理想气体而言， $R$  是一定的，约为  $8.31441 \pm 0.00026 J / (mol \cdot K)$ 。

如果采用质量表示状态方程， $pV = mrT$ ，此时  $r$  是和气体种类有关系的， $r = R/M$ ， $M$  为此气体的平均摩尔质量。

用密度表示该关系： $pM = pRT$  ( $M$  为摩尔质量， $\rho$  为密度)。

理想气体状态方程是由研究低压下气体的行为导出的。但各气体在适用理想气体状态方程时多少有些偏差；压力越低，偏差越小，在极低压力下理想气体状态方程可较准确地描述气体的行为。极低的压强意味着分子之间的距离非常大，此时分子之间的相互作用非常小；又意味着分子本身所占的体积与此时气体所具有的非常大的体积相比可忽略不计，因而分子可近似被看作是没有体积的质点。于是从极低压力气体的行为触发，抽象

提出理想气体的概念。

理想气体在微观上具有分子之间无互相作用力和分子本身不占有体积的特征。

#### 理想气体状态方程满足方程的气体

满足理想气体状态方程且比热比为常数的气体，称为完全气体，从微观角度来看，它是分子本身体积与分子间作用力都可以忽略不计的气体。在常温常压下，实际气体分子的体积和分子间的相互作用也可忽略不计，状态参数基本能够满足理想气体状态方程，所以空气动力学常把实际气体简化为完全气体来处理。在低速空气动力学中，空气就可以被视为比热比为常数的完全气体；在高速空气动力学中，气流的温度较高，空气中气体分子的转动能和振动能随着温度的升高而相继受到激发，比热比不再是常数，在 1500~2000K 的温度范围内，空气可视为变比热比的完全气体。<sup>[2]</sup>

#### 理想气体状态方程相关定律

##### 推导经验定律

(1) 玻义耳定律 (玻—马定律) (Boyles's Law)

当  $n, T$  一定时  $V, p$  成反比，即  $V \propto (1/p)$  ①

(2) 盖-吕萨克定律 (Gay-Lussac's Law)

当  $p, n$  一定时  $V, T$  成正比，即  $V \propto T$  ②

(3) 查理定律 (Charles's Law)

当  $n, V$  一定时  $T, p$  成正比，即  $p \propto T$  ③

(4) 阿伏伽德罗定律 (Avogadro's Law)

当  $T, p$  一定时  $V, n$  成正比，即  $V \propto n$  ④

由①②③④得

$V \propto (nT/p)$  ⑤

将⑤加上比例系数  $R$  得

$V = (nRT) / p$  即  $pV = nRT$

实际气体中的问题当理想气体状态方程运用于实际气体时会有所偏差，因为理想气体的基本假设在实际气体中并不成立。如实验测定 1 mol 乙炔在 20°C、101kPa 时，体积为 24.1 dm<sup>3</sup>，而同样在 20°C 时，在 842 kPa 下，体积为 0.114 dm<sup>3</sup>，它们相差很多，这是因为，它不是理想气体所致。

一般来说，沸点低的气体在较高的温度和较低的压力时，更接近理想气体，如氧气的沸点为-183°C、氢气沸点为-253°C，它们在常温常压下摩尔体积与理想值仅相差 0.1% 左右，而二氧化硫的沸点为-10°C，在常温常压下摩尔体积与理想值的相差达到了 2.4%。

应用一定量处于平衡态的气体，其状态由  $p$ 、 $V$  和  $T$  刻划，表达这几个量之间的

$$Z_x = Z_c \frac{K - \frac{j}{2}(1 - K^2) \sin 2\beta z_0}{\cos^2 \beta z_0 + K^2 \sin^2 \beta z_0} \quad \text{理想气体状态方程}$$

关系的方程称之为气体的状态方程，不同的气体有不同的状态方程。但**真实气体**的方程通常十分复杂，而理想气体的状态方程具有非常简单的形式。

$$Z_x = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1} \quad \text{理想气体状态方程}$$

虽然完全理想的气体并不可能存在，但许多实际气体，特别是那些不容易**液化**、**凝华**的气体（如**氦**、**氢气**、**氧气**、**氮气**等，由于**氦气**不但体积小、互相之间作用力小、也是所有气体中最难液化的，因此它是所有气体中最接近**理想气体**的气体。）在常温常压下的性质已经十分接近于理想气体。此外，有时只需要粗略估算一些数据，使用这个方程会使计算变得方便很多。

### 理想气体状态方程研究过程

这个方程是两个多世纪以来许多科学家经过不断地试验、观察、归纳总结才取得的成果，汇集了许多由 2 个变量的实验定律而构成。

#### 玻意耳-马略特定律

主条目：[玻意耳-马略特定律](#)

**1662** 年，英国化学家**波义耳**使用类似右图的 **U** 型玻璃管进行实验：用**水银**压缩被密封于玻璃管内的空气。加入水银量的不同会使其中空气所受的压力也不同。波义耳经过观察管内空气的体积随水银柱高度不同而发生的变化，记录了如下一组数据（一定量空气在室温、大气压为 **29.1 inHg** 下）：

波义耳的实验数据

<b>l(刻度读数)</b>	40	38	36	34	32	30
<b>Δh/(in Hg)</b>	6.2	7.9	10.2	12.5	15.1	18.0

经过观察，他认为在管粗细均匀的情况下，管中空气的体积与空气柱 **l** 成正比，而空气所受压力为大气压与水银柱压差 **Δh** 的和；据此，他认为在恒温下，一定量的空气所受的压力与气体的体积成反比。

其他两位科学家，贝蒂和布里兹曼也研究了氢气的体积和压力的关系，下面是他们的实验数据：

多种气体的试验均得到了相同的结果，这个结果总结为**玻意耳-马略特定律**，即：**温度恒定时，一定量气体的压力和它的体积的乘积为恒量。**

#### 查理定律

主条目：[查理定律](#)

**1787** 年，**查理**研究**氧气**、**氮气**、**氢气**、**二氧化碳**及**空气**等气体从 **0℃** 加热到 **100℃** 时的膨胀情况，发现在压力不太大时，任何气体的膨胀速率是一样的，而且是**摄氏温度的线性函数**。即某一气体在 **100℃** 中的体积为 **V<sub>100</sub>**，而在 **0℃** 时为 **V<sub>0</sub>**，经过实验，表明任意气体由 **0℃** 升高到 **100℃**，体积增加 **37%**。

## 盖-吕萨克定律

主条目：[盖-吕萨克定律](#)

**1802年**，[盖-吕萨克](#)在试验中发现，体积不变时，一定量的气体的压力和温度成正比，即温度每升高（或降低）1℃，其压力也随之增加（或减少）其0℃时压力的。

## 查理-盖吕萨克定律

主条目：[查理-盖吕萨克定律](#)

查理-盖吕萨克定律是近1个世纪后，物理学家[克劳修斯](#)和[开尔文](#)建立了[热力学第二定律](#)，并提出了[热力学温标](#)（即[绝对温标](#)）的概念，后来，查理-盖吕萨克气体定律被表述为：**压力恒定时，一定量气体的体积（V）与其温度（T）成正比。**

## 综合

**19世纪**中叶，法国科学家[克拉珀龙](#)综合[波义耳定律](#)和查理-盖吕萨克定律，把描述气体状态的3个参数：**p、V、T**归于一个方程，表述为：**一定量气体，体积和压力的乘积与热力学温度成正比。**

## 推广

经过 [Horstmann](#) 和 [门捷列夫](#) 等人的支持和提倡，19世纪末，人们开始普遍地使用现行的理想气体状态方程： $pV=nRT$ 。

## 理想气体状态方程应用

### 计算气体所含物质的量

$$G = \frac{E^2 / 120\pi}{P / 4\pi r^2} \quad (\text{倍})$$

理想气体状态方程

从数学上说，当一个方程中只含有1个未知量时，就可以计算出这个未知量。因此，在**压强**、体积、温度和所含物质的量这4个量中，只要知道其中的3个量即可算出第四个量。这个方程根据需要计算的目标不同，可以转换为下面4个等效的公式：

求压强： $p=nRT/v$

求体积： $v=nRT/p$

求所含物质的量： $n=pv/RT$

求温度： $T=pv/nR$

### 计算化学平衡问题

根据理想气体状态方程可以用于计算气体反应的化学平衡问题。

根据理想气体状态方程可以得到如下推论：

**温度**、**体积**恒定时，气体压强之比与所含物质的量的比相同，即可得  $P_{平}/P_{始}=n_{平}/n_{始}$

**温度**、**压强**恒定时，气体体积比与气体所含物质的量的比相同，即  $V_{平}/V_{始}=n_{平}/n_{始}$

通过结合化学反应的方程，很容易得到化学反应达到平衡状态后制定物质的转化率。

#### 理想气体状态方程实际气体状态方程

实际气体都不同程度地偏离理想气体定律。偏离大小取决于压力、温度与气体的性质，特别是取决于气体液化的难易程度。对于处在室温及 1 大气压左右的气体，这种偏离是很小的，最多不过百分之几。如氧气和氢气是沸点很低的气体（-183 摄氏度和-253 摄氏度），在 25 摄氏度和 1 大气压时，摩尔体积与理想值的偏差在 0.1% 以内。而沸点较高的二氧化硫和氯气（-10 摄氏度与-35 摄氏度），在 25 摄氏度与 1 大气压下就不很理想。它们的摩尔体积比按理想气体定律预计的数值分别低了 24% 与 16%。当温度较低、压力较高时，各种气体的行为都将不同程度地偏离理想气体的行为。此时需要考虑分子间的引力和分子本身的体积重新构造气体状态方程。<sup>[2]</sup>

#### 理想气体状态方程注释

p 为理想气体的压强，单位通常为 atm 或 kPa；

V 为理想气体的体积，单位为 L 或称 dm<sup>3</sup>；

n 为理想气体中气体物质的量，单位为 mol；

R 为理想气体常数、普适气体恒量，更多值参见理想气体常数； $R=NK$ （N 为阿伏伽德罗常数，Avogadro's number；K 为玻尔兹曼常数，Boltzman number）

T 为理想气体的绝对温度，单位为 K

^ 在所有气体当中，氦气是构成粒子中最小的，氢气仅次之。

^ 氦还是唯一不能在标准大气压下固化的物质。

^ 约合 739mm

^ atm 为标准大气压，1atm=101.3 kPa

^ 当时查理认为是膨胀 1/267，1847 年法国化学家雷诺将其修正为 1/273.15。

^ 其实查理早就发现压力与温度的关系，只是当时未发表，也未被人注意。直到盖-吕萨克重新提出后，才受到重视。早年都称“查理定律”，但为表彰盖-吕萨克的贡献而称为“查理-盖吕萨克定律”。

^ 如二氧化碳在 40°C、52 MPa 时， $Z\approx 1.0$ <sup>[3]</sup>